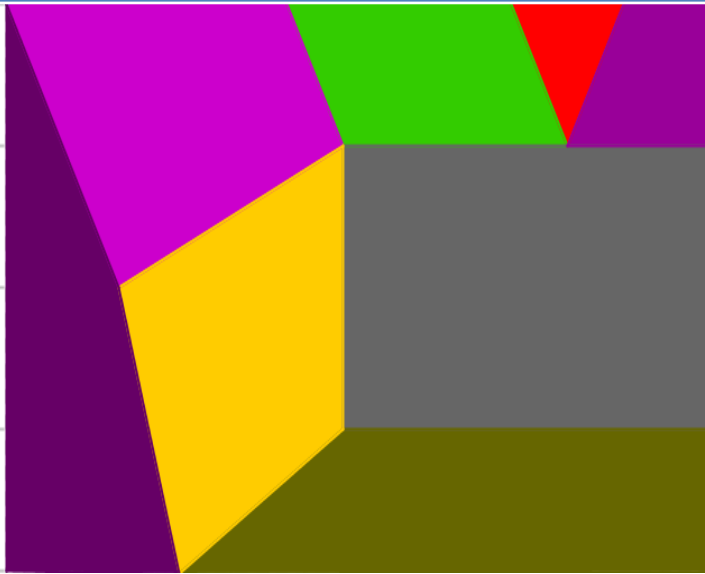




# Caderno de Atividades

## Polígonos e Quadriláteros



Organização: Roselene Alves Amâncio

Orientação: Dra. Eliane Scheid Gazire

2013

## Sumário

|   |    |
|---|----|
| 1. Introdução .....                                     | 3  |
| 2. O desenvolvimento do pensamento geométrico .....     | 3  |
| 3. Os recursos didáticos utilizados nas atividades..... | 5  |
| 3.1.Manipulação de materiais concretos .....            | 6  |
| 3.2.Desenhos geométricos.....                           | 7  |
| 3.3.Ambientes de geometria dinâmica.....                | 8  |
| 4. A sequência de atividades .....                      | 8  |
| Atividade 1.....  | 10 |
| Atividade 2.....  | 13 |
| Atividade 3.....  | 15 |
| Atividade 4.....  | 17 |
| Atividade 5.....  | 18 |
| Atividade 6.....  | 20 |
| Atividade 7.....  | 22 |
| Atividade 8.....  | 24 |
| Atividade 9.....  | 26 |
| Atividade 10.....                                       | 29 |
| Atividade 11.....                                       | 32 |
| Atividade 12.....                                       | 35 |
| Atividade 13.....                                       | 36 |
| Atividade 14.....                                       | 39 |
| Atividade 15.....                                       | 42 |

## 1. INTRODUÇÃO

Este Caderno de Atividades é fruto da dissertação de Mestrado **O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: ressignificando conceitos de polígonos, especialmente dos quadriláteros**<sup>1</sup>. Para desenvolvê-lo, realizou-se uma pesquisa com alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental de uma escola particular de Belo Horizonte.

O Caderno está organizado da seguinte forma: primeiro, apresentamos uma síntese das ideias que fundamentaram a proposta de ensino, ou seja, leituras e reflexões que nortearam a construção das atividades.

Em seguida, apresentamos um quadro com a sequência de atividades, juntamente com os objetivos e os recursos a serem utilizados.

Depois, apresentamos cada atividade, juntamente com as orientações para o professor.

Finalmente, compartilhamos algumas sugestões de leitura para os interessados no ensino de Geometria.

## 2. O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

A Matemática é geralmente considerada com um campo de grande precisão, no qual os conceitos são definidos rigorosamente, com demonstrações de natureza lógica. No entanto, ao analisar o desenvolvimento da Geometria, constatamos que este se deu através de observações, comparações e de generalizações. Posteriormente, a partir dos conhecimentos construídos em um longo período, e em diversas culturas, chegou-se a um nível de sistematização.

Segundo Tall e Vinner (1991), os conceitos matemáticos são definidos pela comunidade científica, mas as realidades psicológicas de cada pessoa são um pouco diferentes. Existe uma estrutura cognitiva complexa na mente de cada aluno quando um conceito é evocado.

Tall (1988), afirma que geralmente os alunos têm dificuldades em compreender definições formais. Ele diz que muitos termos têm um significado no cotidiano que pode interferir subconscientemente com a Matemática. Além disso, na atividade Matemática, os entes matemáticos não são usados somente de acordo com a definição formal, mas também através de representações mentais, as quais podem ser diferentes de pessoa para pessoa.

---

<sup>1</sup> AMÂNCIO, Roselene Alves. **O Desenvolvimento do Pensamento Geométrico: ressignificando conceitos de polígonos, especialmente, dos quadriláteros**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. PUC MINAS. 2013.

De acordo com Pais (1996), o aluno precisa recorrer a bases intuitivas e às atividades experimentais para chegar ao conhecimento teórico, devendo o professor considerar esses aspectos.

Segundo o autor, há quatro elementos fundamentais que influenciam no processo ensino e aprendizagem da Geometria: o objeto, o conceito, o desenho e a imagem mental. O termo objeto refere-se a modelos ou materiais didáticos que representam algum conceito geométrico, é uma forma primária de representação do conceito.

Pais (2000), salienta que é importante que os alunos tenham oportunidade de manipular objetos para construir os conceitos geométricos, no entanto, a manipulação não deve limitar-se ao nível sensitivo. O material didático deve ser usado como um instrumento para a aquisição de conhecimentos geométricos e não com um fim em si mesmo. Assim, a manipulação deve estar associada a uma atividade intelectual, para que o aluno possa estabelecer relação entre a prática e a teoria.

A segunda forma de representação é o desenho. A ilustração dos conceitos por meio de um desenho é um dos recursos mais utilizados nas aulas de Geometria. Pais (1996), considera que os desenhos também possuem natureza particular e concreta. Na Geometria plana, os desenhos tendem a ser confundidos com os próprios conceitos. Porém, os conceitos possuem natureza abstrata.

A terceira forma de representação dos conceitos geométricos são as imagens mentais. Pais (1996, p.70), relata que não é fácil definir imagem mental, mas considera que “uma pessoa tem uma dessas imagens quando ela é capaz de enunciar de forma descritiva, propriedades de um objeto ou de um desenho na ausência desses elementos”.

As imagens mentais possuem natureza abstrata e subjetiva. Por serem abstratas, podem ser relacionadas aos conceitos, mas devido seu aspecto subjetivo e particular, se afastam dos conceitos matemáticos. Para o autor, a formação das imagens mentais é consequência da experiência com objetos e com desenhos. Cada pessoa possui uma série de imagens mentais associadas a um determinado conceito. É importante que ao longo da escolaridade, o conjunto das imagens mentais seja enriquecido no aspecto quantitativo e qualitativo.

Um conceito geométrico pode ser representado por uma infinidade de desenhos, mas, na prática, há uma predominância de algumas figuras particulares, encontradas com frequência em livros, cadernos, ou desenhadas na lousa pelo professor. Segundo Pais (2000), há uma espécie de tradição de desenhos dessas formas particulares de representação.

A pouca experiência com manipulação de objetos e os desenhos estereotipados, contribuem para que os alunos tenham imagens mentais reduzidas dos objetos geométricos. Em geral, os losangos aparecem desenhados com as diagonais paralelas às bordas; já os retângulos são desenhados com seus lados paralelos às bordas e o lado maior na horizontal, enquanto que os quadrados são frequentemente desenhados com os lados paralelos às bordas das páginas ou da lousa.

Portanto, os alunos devem ter ricas experiências envolvendo a manipulação de objetos e desenhos diversificados que permitam formar imagens mentais com qualidade e variedade, isto é, imagens que envolvam todos os aspectos abrangidos pela definição. As atividades propostas devem envolver exemplos e contraexemplos para que os estudantes possam construir um conceito imagem mais coerente com a definição formal. Dessa forma, toda atividade de manipulação deve estar associada a uma atividade intelectual para que os alunos possam chegar ao conhecimento teórico da Geometria.

Ademais, ainda precisamos estar sempre atentos ao fato de que os alunos não lidam necessariamente com os conceitos de acordo com a definição formal dada pelo professor ou pelos livros didáticos, mas sim, que diferentes alunos podem possuir diferentes níveis de conceitualização.

### **3. OS RECURSOS DIDÁTICOS UTILIZADOS NAS ATIVIDADES**

Fiorentini e Miorim (1990), fazem uma reflexão sobre o uso dos recursos didáticos no ensino de Matemática. Eles lembram que diante das dificuldades dos alunos em aprender Matemática, os professores buscam soluções nos materiais didáticos como se esses fossem a solução para os problemas que enfrentam na sala de aula.

Segundo os mesmos autores, o professor nem sempre tem clareza sobre o motivo pelo qual os materiais didáticos são importantes e o momento em que devem ser usados. Muitas vezes, justificam sua utilização pelo seu caráter motivador. No entanto, a utilização do material didático deve ser justificada pela possibilidade de proporcionar experiências em que o aluno “participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente, produzindo e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade”. (FIORENTINI E MIORIM, 1990, p. 6)

Lorenzato (2006), afirma que é quase impossível um ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as

peças que já caracterizaram esses objetos, quando ouvem seus nomes, vêm em suas mentes a ideia correspondente aos objetos. A abstração começa com o apoio dos nossos sentidos, pois para chegar-se ao abstrato é preciso partir do concreto.

O autor ainda reforça que a ausência de materiais didáticos pode atrasar o desenvolvimento intelectual do aluno. Por isso, é de grande importância que ao planejar uma aula, o professor se questione:

- Será conveniente, ou mesmo necessário, facilitar a aprendizagem usando algum material didático?
- Qual deve ser o material?
- Quando utilizá-lo?
- Como esse material deve ser utilizado?

Lorenzato (2006), ainda observa que quando o material didático for novidade para os alunos, deve ser dado um tempo para que eles possam explorá-lo livremente. Depois da realização da atividade proposta, é necessário que os alunos tenham oportunidade de comunicar suas ideias, raciocínios, ações e conclusões. Após a verbalização, é importante que os alunos registrem os novos aprendizados decorrentes das atividades concretas e abstratas que eles realizam numa aula.

### **3.1 Manipulação de materiais concretos**

Manipular figuras é muito diferente de vê-las desenhadas. A possibilidade de movimento, aliada ao tato e a visão contribuem para a formação de imagens mentais. Atividades como construir, medir, desenhar, compor e decompor, comparar e classificar figuras geométricas, são importantes para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Aliar atividades experimentais a uma reflexão sobre as ações realizadas, favorece a construção dos conceitos geométricos, consoante Pais (1996, 2000).

Em relação às investigações utilizando a manipulação, Machado (2012), ressalta que:

*Num ambiente de manipulação e investigação, o aluno encontra condições para produzir o conceito, produzir conhecimento, experimentar combinações, expressar-se livremente, desenvolver a criatividade, resolver problemas, ampliar sua noção do mundo. (MACHADO, 2012)*

Um dos recursos didáticos que permite um trabalho manipulativo é o geoplano. O aluno pode construir e desfazer, alterar suas construções facilmente, favorecendo a exploração

de figuras geométricas. De acordo com Machado (2012), o geoplano oferece um apoio à representação mental e uma etapa para o caminho da abstração. Também, ele é um material didático simples, normalmente composto por uma base de madeira e com pregos formando sua malha. Para construir as figuras, utilizam-se gominhas (elásticos do tipo para amarrar dinheiro).

Existem vários modelos de geoplano. A malha mais comum é a quadriculada. Nesta pesquisa, optamos por utilizar o Geoplano de madeira quadrado com 25 pregos (figura 01).

**Figura 01– Geoplano utilizado na pesquisa**



### **3.2 Desenho geométrico**

As construções geométricas utilizando régua e compasso, dentre outros instrumentos, devem ser trabalhadas de forma a promover a compreensão dos conceitos e propriedades geométricas. Para tal, é importante que se estabeleça relações entre os procedimentos realizados nas construções e as propriedades geométricas.

Os PCN's (1988), recomendam que:

*“... o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações. (PCN, 1988, p. 51).*

Outros autores, como Barros (2010) e Nascier (2004), afirmam que os softwares de Geometria dinâmica são um excelente recurso para se usar nas aulas de Matemática, todavia, não devem substituir outras experiências de manipulação e construções.

### **3.2 Ambientes de Geometria Dinâmica**

Os ambientes de Geometria Dinâmica permitem a construção de figuras a partir de suas propriedades. Com o auxílio do mouse, os desenhos podem ter a forma, posição e medidas alteradas, mas mantêm-se as relações geométricas. Desse modo, permite ao usuário a exploração de múltiplas representações de um ente geométrico de maneira fácil e rápida.

Segundo Gravina (1996, p.6), esses ambientes propiciam o desenvolvimento dos conceitos geométricos, pois promovem uma harmonia entre os aspectos conceituais e figurais na medida que: “para um dado objeto ou propriedade, temos associada uma coleção de “desenhos em movimento”, e os invariantes que aí aparecem correspondem às propriedades geométricas intrínsecas ao problema.”

Assim, a multiplicidade de representações de um ente geométrico colabora para a ampliação das imagens mentais, e a observação dos invariantes permite a descoberta de propriedades e relações estabelecidas, contribuindo para a formação dos conceitos. Portanto, nesta pesquisa, fizemos a opção de utilizar o Geogebra por ser um software gratuito e de fácil utilização.

## **4. A SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES**

As atividades baseiam-se na experimentação, no trabalho em grupo, na reflexão sobre a experiência vivenciada e na validação social dos resultados mediados pelo professor. Assim, elaboramos atividades exploratórias utilizando diversos recursos com o objetivo de possibilitar a construção ou ressignificação dos conceitos de polígonos, especialmente dos quadriláteros.

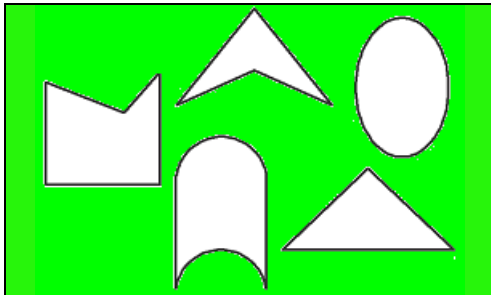
As atividades foram inspiradas nas leituras realizadas, e em nossa própria prática, sempre buscando coerência com nossos pressupostos teóricos.



### Sequência de atividades

| Atividade   | Objetivo  | Recursos  |
|---|---|---|
| 1. Investigando Figuras Planas  | Identificar características comuns e diferentes em diversas figuras planas. Compreender que as figuras podem ser classificadas de acordo com critérios variados.            | Coleção variada de figuras.                           |
| 2. Polígonos e não polígonos  | Conceituar polígono   | Polígonos e não polígonos impressos em papel sulfite. |
| 3. Polígonos côncavos e convexos  | Identificar polígonos côncavos e convexos   | Coleção variada de figuras.                           |
| 4. Investigando polígonos por meio do Geogebra.                                   | Verificar que os polígonos côncavos possuem pelo menos um ângulo interno maior que $180^\circ$ .  | Geogebra.   |
| 5. Investigando ângulos e lados dos polígonos.                                    | Identificar ângulos agudos, retos e obtusos, pares de lados paralelos e congruência de lados nos polígonos.   | Coleção variada de polígonos.                         |
| 6. Investigando Quadriláteros no Geogebra (paralelogramos retângulos e quadrados) | Identificar as propriedades dos paralelogramos. Verificar que o retângulo é um paralelogramo com ângulos retos e o quadrado é um retângulo com lados iguais.                | Geogebra.   |
| 7. Investigando Quadriláteros (losangos e quadrados)                              | Identificar as propriedades dos losangos. Verificar que o quadrado é um losango de ângulos retos.   | Geogebra.   |
| 8. Investigando Quadriláteros (trapézios)   | Identificar as propriedades dos trapézios, reconhecer trapézios isósceles e retângulos.   | Geogebra.   |
| 9. Eixos de simetria dos quadriláteros  | Identificar os eixos de simetria axial em cada um dos quadriláteros notáveis. Relacionar os eixos de simetria às propriedades dos quadriláteros.                            | Dobraduras.   |
| 10. Diagonais dos quadriláteros   | Construir quadriláteros a partir das propriedades das diagonais. Identificar as propriedades das diagonais dos quadriláteros notáveis.                                      | Geoplano de madeira.                                  |
| 11. Lista de Propriedades dos quadriláteros                                       | Construir fichas de propriedades de cada tipo de quadriláteros, referentes a medidas de lados, números de pares de lados paralelos, ângulos, diagonais e eixos de simetria. | Atividade impressa.                                   |

|   |   |  |
|---|---|--|
| 12. Lista mínima de Propriedades          | Compreender que apenas algumas propriedades são essenciais para caracterizar cada tipo de quadrilátero. | Atividade impressa.                      |
| 13. Quem sou eu?                          | Identificar quadriláteros a partir de propriedades específicas.   | Atividade impressa e geoplano.           |
| 14. Desenhando quadriláteros              | Construir diversos quadriláteros com instrumentos de desenho.   | Régua, compasso, esquadro, transferidor. |
| 15. Inclusão de Classes dos Quadriláteros | Compreender a inclusão de classes dos quadriláteros.  | Atividade impressa.                      |



## Atividade 1

### Investigando Figuras Planas

Vocês receberão uma coleção de figuras para realizar a atividade. Para isso, junte-se a mais dois ou três colegas.

1. Separe as figuras em grupos usando o critério que a equipe desejar.

a) Escreva o critério usado pela sua equipe.

---

b) Quantos grupos vocês formaram? \_\_\_\_\_

c) Faça um esboço de duas figuras de cada grupo.

2. Junte as figuras, depois, separe-as novamente em grupos, usando outro critério.

a) Qual o critério usado?

---

b) Quantos grupos vocês formaram? ? \_\_\_\_\_

c) Faça um esboço de duas figuras de cada grupo.

3. Cada aluno deverá pegar uma figura qualquer da coleção.

a) Faça um esboço das figuras obtidas por sua equipe.

b) Compare as figuras obtidas. O que elas têm em comum?

---

---

c) O que elas têm de diferentes?

---

---

4. A equipe seleciona uma figura ao acaso e a coloca no centro da mesa.

a) Faça um esboço da figura escolhida.

b) Descubra todas as figuras da coleção que são como a figura escolhida, mas todas devem estar de acordo com o mesmo critério.

c) Qual foi o critério usado pela equipe na seleção das figuras?

---

d) Esboce algumas figuras descobertas.

5. Utilizando a mesma figura do item anterior, use outro critério e descubra as figuras da coleção que também tem esse critério.

a) Qual foi o critério considerado na seleção das figuras?

---

b) Esboce algumas figuras descobertas.

## Orientações ao professor

### Objetivo

Identificar características comuns e diferentes em diversas figuras planas; compreender que as figuras podem ser classificadas de acordo com critérios variados.

### Recursos:

Atividade impressa em papel A4 e coleção variada de figuras em papel cartão: polígonos regulares e não regulares, polígonos convexos e não convexos, não polígonos, figuras com contornos arredondados.

Você poderá encontrar uma boa coleção de figuras no site:

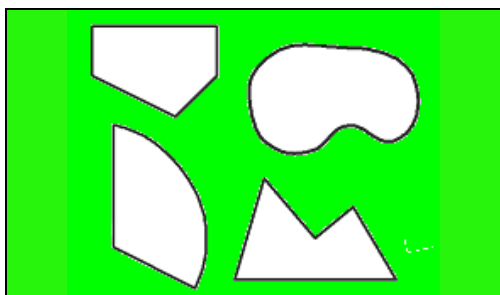
[http://wps.ablongman.com/ab\\_vandewalle\\_math\\_6/54/13858/3547876.cw/index.html](http://wps.ablongman.com/ab_vandewalle_math_6/54/13858/3547876.cw/index.html)

### Desenvolvimento da atividade

A atividade deverá ser desenvolvida em equipes de três ou quatro alunos. Cada aluno deverá receber uma atividade impressa e cada equipe uma coleção de figuras. Os alunos devem ter liberdade para escolher os critérios de agrupamento das figuras.

É importante que o professor observe o trabalho das equipes buscando identificar o que os seus alunos sabem, como eles pensam e também, como estão realizando a tarefa. Diante das perguntas dos alunos, o professor poderá propor questões que os levem a refletir sobre os conceitos, incentivando sempre a troca de ideias entre os alunos da equipe.

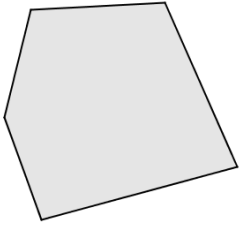
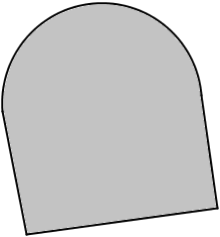
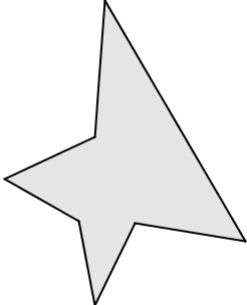
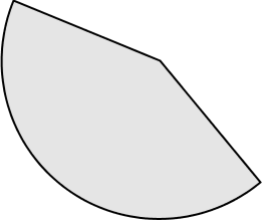
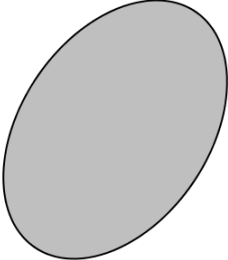

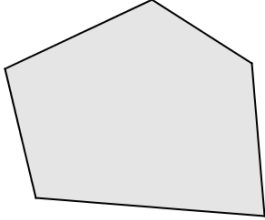
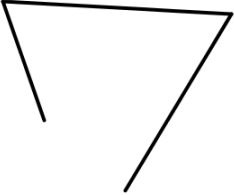
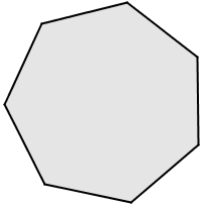
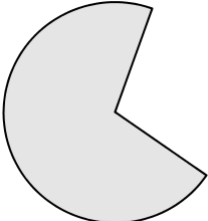
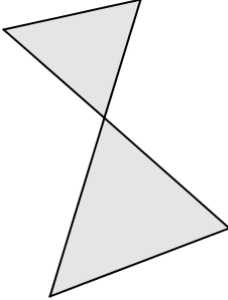

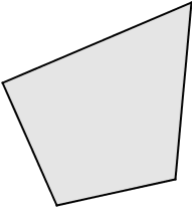
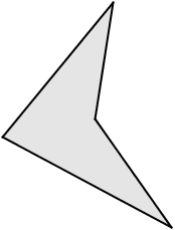
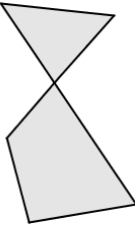
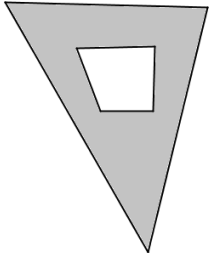
Após a conclusão da atividade, as equipes devem apresentar o trabalho realizado para a turma num ambiente em que todos os alunos percebam que as suas ideias são respeitadas e valorizadas é essencial para que possam acontecer ricas discussões. O professor deve solicitar explicações e não somente respostas e procurar envolver a turma nas discussões. Haja vista, que o momento de apresentação e discussão dos trabalhos também é propício para que o professor faça as intervenções que julgar necessárias, refinando conceitos e esclarecendo termos matemáticos.



## Atividade 2

### Polígonos e não-polígonos

1. Recorte as figuras abaixo e separe-as em dois grupos: polígonos e não-polígonos.

|  |  |   |  |
|--|--|---|--|
|  <p style="text-align: center;">A</p>   |  <p style="text-align: center;">B</p>   |  <p style="text-align: center;">C</p>   |  <p style="text-align: center;">D</p>   |
|  <p style="text-align: center;">E</p>  |  <p style="text-align: center;">F</p> |  <p style="text-align: center;">G</p>  |  <p style="text-align: center;">H</p> |
|  <p style="text-align: center;">I</p> |  <p style="text-align: center;">J</p> |  <p style="text-align: center;">K</p> |  <p style="text-align: center;">L</p> |
|  <p style="text-align: center;">M</p> |  <p style="text-align: center;">N</p> |  <p style="text-align: center;">O</p> |  <p style="text-align: center;">P</p> |

2. Troque ideia com seu colega de dupla e escreva as características de um polígono e de um não polígono.

a) Características de um polígono.

---

---

b) Características de um não polígono.

---

---

### Orientações ao professor

#### Objetivo

Conceituar polígono.

#### Recurso

Atividade impressa em papel A4.

#### Desenvolvimento da atividade

A atividade deverá ser desenvolvida em duplas.

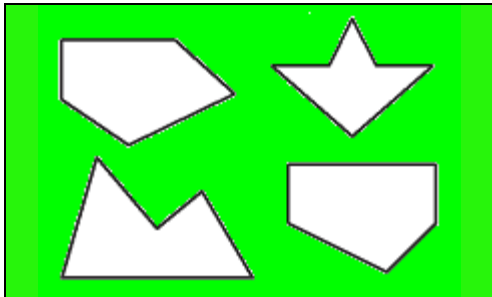
**Item 1:** Os alunos deverão recortar as figuras e separá-las em dois grupos: polígonos e não polígonos. O agrupamento deverá ser feito baseando-se no conhecimento prévio dos alunos. O professor não deverá fornecer a definição de polígonos nessa fase.

**Item 2:** Cada dupla deverá escrever as características de uma figura para ser considerada polígono ou não polígono.

Depois que os alunos já tiverem realizado os itens 1 e 2 da atividade, cada dupla apresentará as suas conclusões sobre as características de polígonos e não polígonos.

Em seguida, o professor poderá conferir com a turma cada uma das figuras da atividade, verificando quais são polígonos e quais não são. Nesse momento, o professor poderá incentivar a participação dos alunos, explicando o motivo que consideraram uma figura polígono ou não-polígono. O professor deverá validar as respostas para que os alunos que tiverem feito o agrupamento incorreto tenham oportunidade de corrigi-lo.

A partir da discussão realizada, o professor deverá promover um novo debate a cerca das características que uma figura precisa possuir para ser considerada polígono. A turma então poderá criar a sua própria definição de polígono.



### Atividade 3

#### Investigando polígonos côncavos e convexos

1) Os polígonos foram separados em dois grupos: A e B

| Grupo A | Grupo B |
|---------|---------|
|         |         |

2) Procure na coleção de figuras polígonos que pertençam ao grupo A e ao grupo B e esboce um polígono de cada grupo de acordo com o número de lados.

| Número de lados | Grupo A | Grupo B |
|-----------------|---------|---------|
| Hexágono        |         |         |
| Quadrilátero    |         |         |
| Pentágono       |         |         |



|   |  |  |
|---|--|--|
| Triângulo   |  |  |
| <p>1) Os polígonos do grupo B são chamados polígonos convexos.<br/>O que é um polígono convexo?</p> <hr/> <hr/>                     |  |  |
| <p>2) Os polígonos do grupo A são chamados polígonos côncavos ou não convexos.<br/>O que é um polígono não convexo?</p> <hr/> <hr/> |  |  |

### Orientações ao professor

#### Objetivo

Identificar polígonos côncavos e convexos.

#### Recursos

Atividade impressa e coleção variada de polígonos côncavos e convexos. Os alunos poderão utilizar os polígonos da coleção usada na atividade 1 .

#### Desenvolvimento da atividade

A atividade deverá ser desenvolvida em grupo de 3 ou 4 alunos.

Os alunos irão classificar os polígonos nos grupos A e B pelo aspecto visual, sem a necessidade de conhecer a definição Matemática de polígono côncavo e convexo. Eles deverão ter oportunidade de escrever os conceitos de polígono côncavo e convexo usando as suas próprias palavras.

Na próxima atividade, os alunos terão oportunidade de refinar o conceito de polígono côncavo e convexo.



## Atividade 4

### Investigando polígonos com o Geogebra

- 1) Abra o Geogebra, clique no menu *Exibir* e desmarque as opções *eixos* e *malha*.
  - 2) Construa um polígono com quatro ou mais lados. Selecione a opção “*Polígono*.” Para fechar o polígono é necessário clicar sobre o primeiro vértice.
  - 3) Para exibir os ângulos internos do polígono, selecione “*Ângulo*” e clique sobre os vértices (no sentido horário).
  - 4) Você pode movimentar os vértices do polígono para que este se transforme em um polígono côncavo ou convexo. Como são os ângulos internos dos polígonos côncavos? E dos convexos?
- 
- 
- 

### Orientações ao professor

#### Objetivo

Verificar que os polígonos côncavos possuem pelo menos um ângulo interno maior que  $180^\circ$ .

#### Recursos

Software Geogebra e atividade impressa.<sup>2</sup>

#### Desenvolvimento da atividade

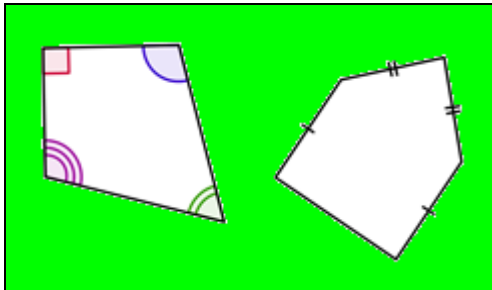
A atividade deverá ser desenvolvida em duplas no laboratório de informática. Se os alunos ainda não tiveram nenhuma experiência com o software, é necessário que eles tenham oportunidade de conhecer os seus principais recursos antes de fazerem essa atividade.

Os alunos irão construir um polígono no Geogebra e altera-lo de forma que ele se transforme de côncavo em convexo e vice-versa, investigando os seus ângulos internos.

O professor deverá incentivar os alunos a alterar o polígono, observando as medidas dos ângulos internos. É importante que ao final da atividade o professor promova um debate com a turma acerca do trabalho realizado e que nesse momento a turma elabore as definições de polígono convexo e côncavo.

---

<sup>2</sup> O Geogebra é um software livre de geometria dinâmica, que permite a construção e a alteração de figuras geométricas, propiciando a exploração e a descoberta de propriedades. Você pode baixá-lo em <http://www.geogebra.org>



## Atividade 5

### Investigando ângulos e lados dos polígonos

1. Separe os polígonos da coleção de acordo com o número de ângulos retos.  
Quantos grupos vocês formaram? \_\_\_\_\_  
Esboce uma figura de cada grupo.
  
2. Separe os polígonos de acordo com o número de ângulos agudos.  
Quantos grupos vocês formaram? \_\_\_\_\_  
Esboce duas figuras de cada grupo.
  
3. Separe os polígonos de acordo com o número de ângulos obtusos.  
Quantos grupos vocês formaram? \_\_\_\_\_  
Esboce duas figuras de cada grupo.

4. Separe os polígonos de acordo com o número de pares de lados paralelos.  
Quantos grupos vocês formaram? \_\_\_\_\_  
Esboce duas figuras de cada grupo.

5. Separe os polígonos de acordo com o número de lados congruentes.  
Quantos grupos vocês formaram? \_\_\_\_\_  
Esboce duas figuras de cada grupo.

### **Orientações ao professor**

#### **Objetivo**

Identificar ângulos agudos, retos e obtusos nos polígonos; identificar lados paralelos nos polígonos; identificar lados congruentes nos polígonos.

#### **Recursos**

Atividade impressa, régua, esquadro e uma coleção variada de polígonos. Os alunos poderão utilizar os polígonos da coleção usada na atividade 1 .

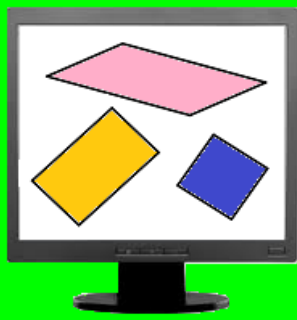
#### **Desenvolvimento da atividade**

A atividade deverá ser desenvolvida em equipes de três ou quatro alunos.

Cada aluno receberá uma folha impressa e cada equipe uma coleção bem variada de polígonos.

Os alunos deverão utilizar o esquadro ou o canto de uma folha de papel para identificar ângulos agudos, retos e obtusos. Podem utilizar a régua para verificar os lados congruentes. O professor poderá retomar esses conceitos com a turma antes de iniciar a atividade.

É importante que o professor percorra as equipes, observando o trabalho realizado para descobrir como os alunos estão realizando a atividade proposta, o que eles sabem, como eles pensam.



## Atividade 6

### Investigando quadriláteros com o Geogebra

- 1) Você irá construir um quadrilátero especial seguindo as instruções abaixo.
  - Construa uma reta AB
  - Construa um ponto C que não pertença a reta AB
  - Construa uma reta que passe pelos pontos B e C
  - Construa uma reta paralela a AB e que passa pelo ponto C
  - Construa uma reta paralela a BC e que passa pelo ponto A
  - Construa um ponto D que seja interseção das ultimas duas retas que você construiu utilizando a ferramenta “Interseção de dois objetos”.
  - Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, C e D.
- 2) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, clique em **Editar, Propriedades, Segmentos** e selecione **valor** na opção **Exibir rótulo**.
  - Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos lados. O que você observa?

- 
- 
- 3) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero selecione **Ângulo** e clique sobre os vértices no sentido horário. .
    - Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos ângulos. O que você observa?

- 
- 
- 4) O quadrilátero que você investigou chama-se paralelogramo.
    - Por que você acha que essa figura tem esse nome?

- 
- 
- 
- 
- 5) Quais as características de um paralelogramo?

6) Tente transformar o paralelogramo que você construiu em um retângulo. O que você precisa fazer?

---

---

7) Abra um novo arquivo e construa um quadrilátero que seja sempre retângulo. Movimente os vértices e verifique se a figura permanece um retângulo mesmo quando é alterada. Escreva os passos usados na construção do retângulo.

---

---

---

---

---

---

---

---

8) Tente transformar o retângulo em um quadrado. O que você precisa fazer?

---

---

### **Orientações ao professor**

#### **Objetivos**

Identificar as propriedades dos paralelogramos.

Verificar que o retângulo é um paralelogramo com ângulos retos e o quadrado é um retângulo com lados congruentes.

#### **Recursos**

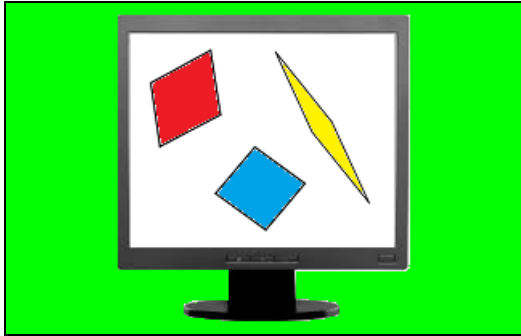
Software Geogebra e atividade impressa.

#### **Desenvolvimento da atividade**

A atividade deverá ser desenvolvida em duplas no laboratório de informática.

É importante que o professor percorra as duplas, observando o trabalho realizado para descobrir como os alunos estão realizando a atividade proposta, como eles pensam, como estão registrando suas descobertas. Diante das questões dos alunos, incentive a troca de ideias entre os pares. Caso seja necessário forneça informações sobre os comandos do Geogebra.

Após o término da atividade, o professor deverá promover um debate com a turma a cerca das propriedades dos paralelogramos, retângulos e quadrados.

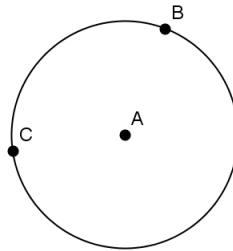


## Atividade 7

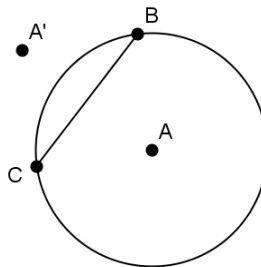
### Investigando quadriláteros com o Geogebra

1) Você irá construir um quadrilátero especial seguindo as orientações abaixo.

- Construa uma circunferência utilizando a ferramenta *Circunferência definida pelo centro e um de seus pontos*.
- Construa um novo ponto sobre a circunferência.
- Trace o segmento  $\overline{BC}$ .



- Selecione a opção **Reflexão em relação a uma reta** e clique sobre o ponto A e o segmento BC. Aparecerá um ponto A' conforme mostra a figura abaixo.



- Para esconder a circunferência e o segmento de reta, clique com o botão direito do mouse sobre esses objetos e desmarque a opção *Exibir objeto*.
- Para construir o quadrilátero, selecione a opção **Polígono** e clique sobre os pontos A, B, A', C e A.

2) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero clique em *Editar, Propriedades, Segmentos* e selecione *valor* na opção *Exibir rótulo*.

- Movimente os vértices para modificar a medida dos lados da figura. O que você observa?

---

---

3) Para exibir a medida dos ângulos internos do quadrilátero, selecione **Ângulos** e clique sobre os vértices do quadrilátero no sentido horário. .

- Movimente os vértices para modificar a figura. O que você observa?

---

---

4) O quadrilátero que você investigou chama-se losango. Troque ideia com seu colega e responda: quais as características de um losango?

---

---

---

5) Tente transformar o losango em um quadrado. O que você precisa fazer?

---

---

### **Orientações ao professor**

#### **Objetivos**

Identificar as propriedades dos losangos.  
Verificar que o quadrado é um losango com ângulos retos.

#### **Recursos**

Software Geogebra e atividade impressa.

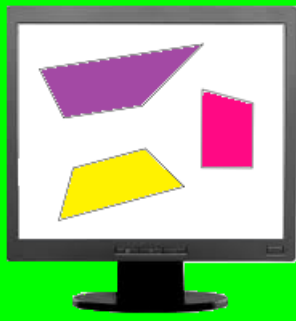
#### **Desenvolvimento da atividade**

A atividade deverá ser desenvolvida em duplas no laboratório de informática.

É importante que o professor percorra as duplas, observando o trabalho realizado para descobrir como os alunos estão realizando a atividade proposta, como eles pensam, como estão registrando suas descobertas. Diante das questões dos alunos, incentive a troca de ideias entre os pares. Caso seja necessário forneça informações sobre os comandos do Geogebra.

Após o término da atividade, o professor promoverá um debate com a turma a cerca das propriedades dos losangos e quadrados. Este é um momento para a turma compartilhar suas ideias e o professor refinar os conceitos trabalhados.

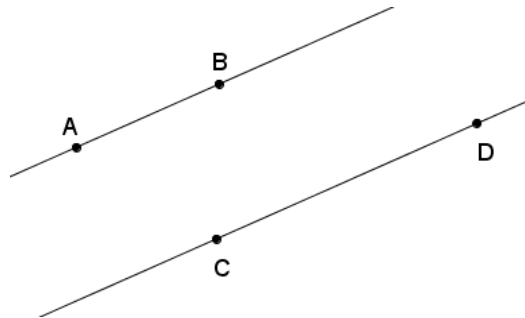




## Atividade 8

### Investigando quadriláteros com o Geogebra

- 1) Você irá construir um quadrilátero especial seguindo as orientações abaixo.
  - Construa uma reta AB
  - Construa um novo ponto C que não pertença a reta AB
  - Construa uma reta paralela à reta AB que passe pelo ponto C
  - Construa um novo ponto D sobre a reta que passa pelo ponto C, conforme mostra a figura abaixo:



- Construa um polígono que tem como vértices os pontos A, B, D e C.
- 2) Quantos pares de lados paralelos possui esse quadrilátero?

- 
- 3) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero, clique em **Editar, Propriedades, Segmentos** e selecione **valor** na opção **Exibir rótulo**.
    - Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos lados. O que você observa?

- 
- 4) Para exibir a medida dos lados do quadrilátero selecione **Ângulos** e clique sobre os vértices da figura no sentido horário.
    - Movimente os vértices do quadrilátero e investigue as medidas dos ângulos. O que você observa?

- 
- 5) O quadrilátero que você investigou chama-se trapézio. Quais as características de um trapézio?
- 
-

6) Movimente os vértices para que os dois lados não paralelos do trapézio fiquem com a mesma medida. Esse trapézio é chamado trapézio isósceles.

- Faça um esboço da figura obtida no espaço abaixo indicando as medidas dos ângulos e lados.

- O que você observa em relação às medidas dos ângulos do trapézio isósceles?
- 
- 

7) Trapézio retângulo é o trapézio que possui um par de ângulos retos. Movimente os vértices da figura para que o trapézio seja retângulo.

- Faça um esboço da figura obtida no espaço abaixo indicando as medidas dos ângulos e lados.

- O que você observa em relação às medidas dos ângulos do trapézio retângulo?
- 
- 

### **Orientações ao professor**

#### **Objetivos**

Identificar as propriedades dos trapézios; verificar que o trapézio possui apenas um par de lados paralelos.

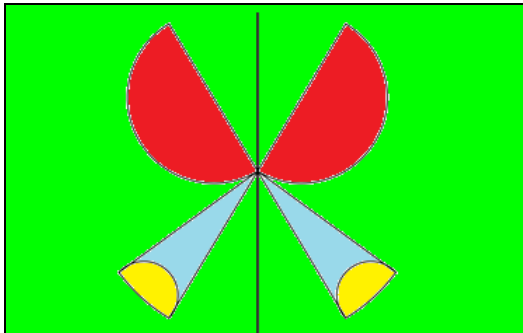
#### **Recursos**

Software Geogebra e atividade impressa.

#### **Desenvolvimento da atividade**

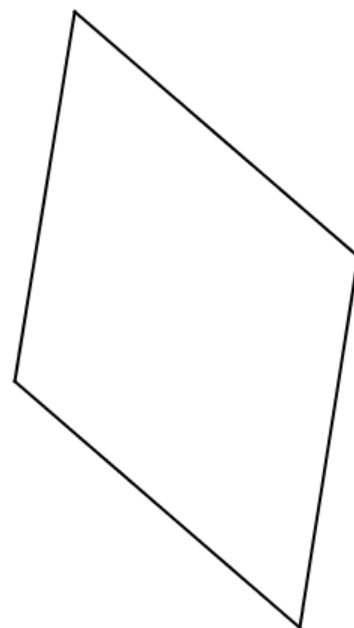
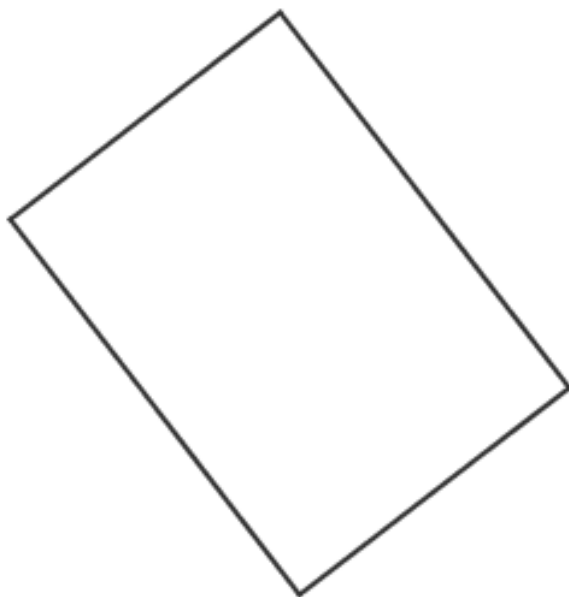
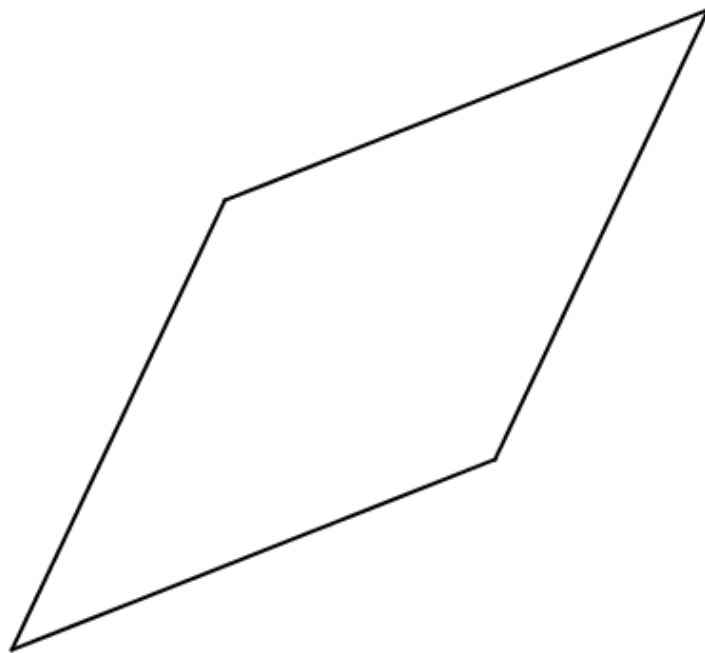
A atividade deverá ser desenvolvida em duplas no laboratório de informática..

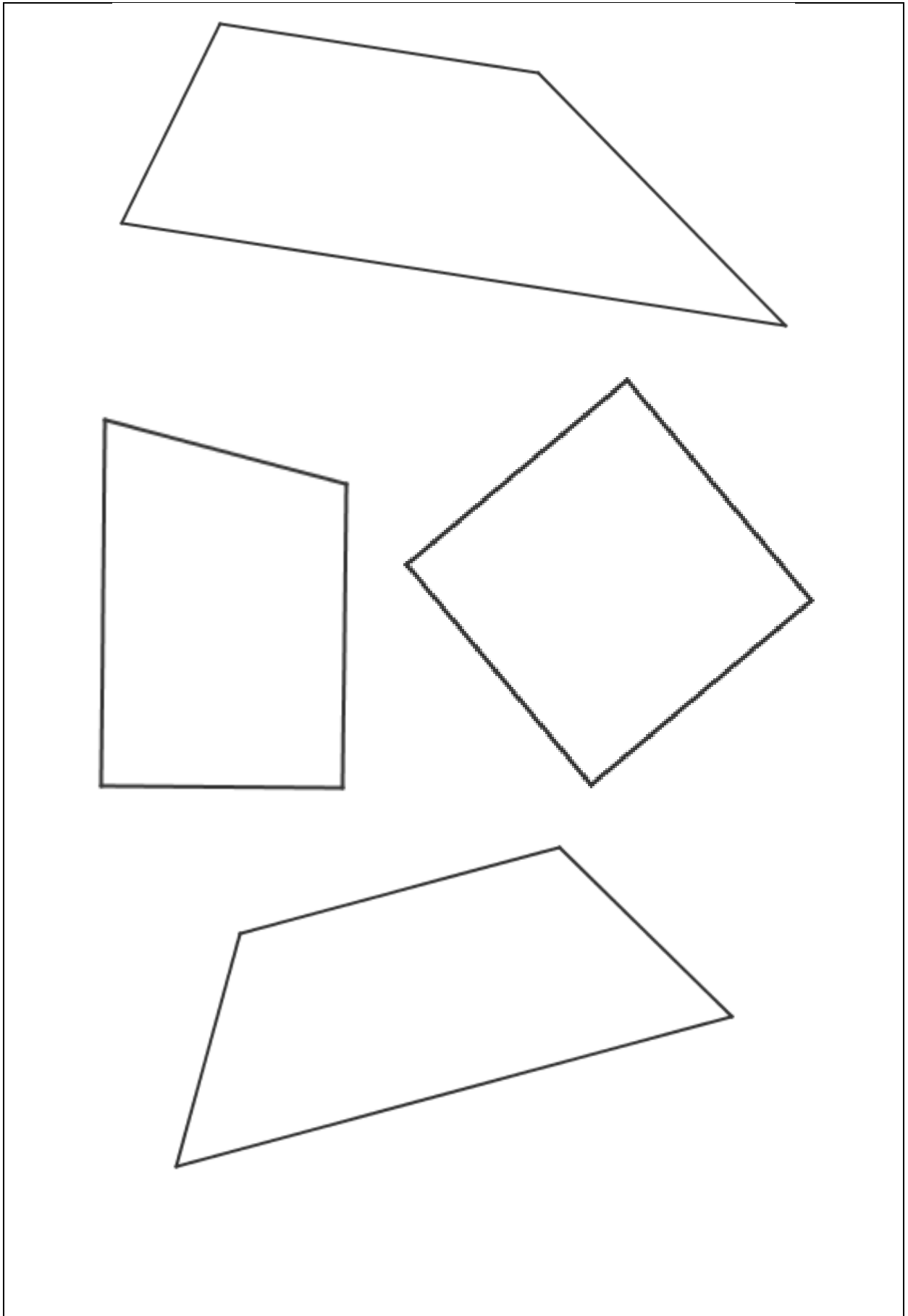
Após o término da atividade, o professor deverá promover um debate com a turma a cerca das propriedades dos diferentes tipos de trapézio.



**Atividade 9**  
**Eixos de Simetria dos**  
**Quadriláteros**

1) Recorte os quadriláteros a seguir e faça dobraduras marcando os seus eixos de simetria.





2) Preencha o quadro abaixo.

| Quadrilátero       | Número de eixos de simetria |
|--------------------|-----------------------------|
| Quadrado           |                             |
| Losango            |                             |
| Paralelogramo      |                             |
| Retângulo          |                             |
| Trapézio           |                             |
| Trapézio isósceles |                             |
| Trapézio retângulo |                             |

### Orientações ao professor

#### Objetivos

Identificar eixos de simetria dos quadriláteros notáveis.

#### Recursos

Atividade impressa e tesoura.

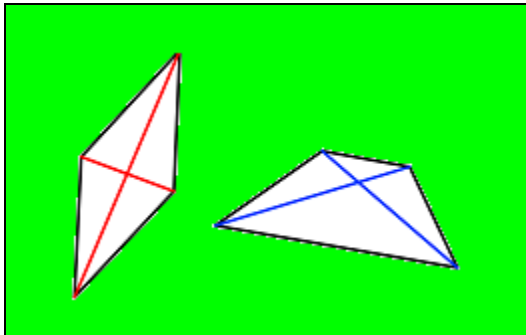
#### Desenvolvimento da atividade

A atividade deverá ser realizada em duplas ou pequenos grupos.

O professor poderá fazer a primeira dobradura com os alunos para que esses retomem ou construam o conceito de eixo de simetria. Eles irão dividir uma figura em duas partes iguais que coincidem por sobreposição. É importante que os alunos verifiquem que o eixo de simetria é como um espelho que reflete a imagem de um lado no outro.

Após as dobraduras e o preenchimento do quadro, o professor poderá convidar algumas duplas para mostrar os eixos de simetria destacados nos diferentes quadriláteros. Os alunos poderão passar caneta ou lápis de cor para evidenciar os eixos de simetria e também destacar os lados e ângulos congruentes nas figuras.

É essencial promover uma discussão acerca do trabalho realizado de maneira que os alunos possam relacionar os eixos de simetrias às propriedades que eles já conhecem dos diversos quadriláteros. O professor poderá propor questões que levem os alunos a procurar significado para as suas descobertas tais como: Por quê? Como explicam isso?



## Atividade 10

### Investigando as diagonais dos quadriláteros

Utilize o geoplano e as gominhas para fazer as construções indicadas em cada item.

- 1) As diagonais são congruentes, perpendiculares entre si e se interceptam nos pontos médios.
- Qual o quadrilátero obtido?
- 

- 2) As diagonais são congruentes, não são perpendiculares entre si e se interceptam nos pontos médios.
- Qual o quadrilátero obtido?
- 

- 3) As diagonais têm medidas diferentes, são perpendiculares entre si e se interceptam nos pontos médios.
- Qual o quadrilátero obtido?
- 

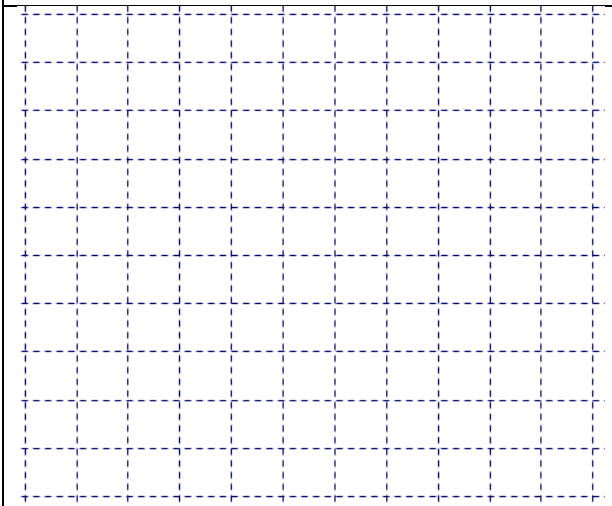
- 4) As diagonais têm medidas diferentes, não são perpendiculares entre si e se interceptam nos pontos médios.
- Qual o quadrilátero obtido?
- 

- 5) Construa um trapézio não isósceles no geoplano.
- Quais as características de suas diagonais?
- 
- 

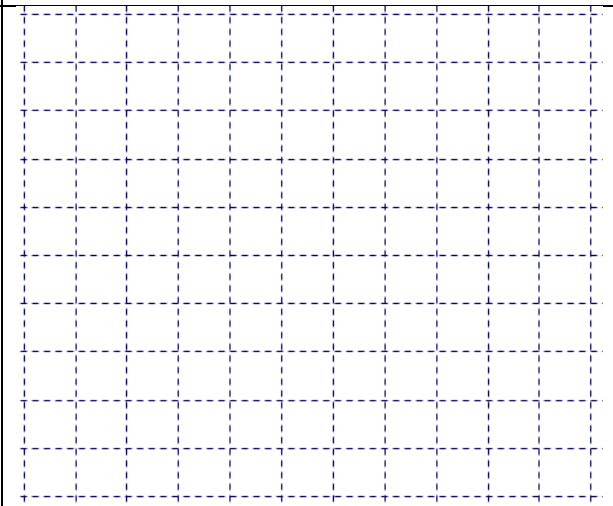
- 6) Construa um trapézio isósceles no geoplano.
- Quais as características de suas diagonais?
- 
-

7) Desenhe os diversos tipos de quadriláteros no quadriculado e verifique as propriedades das diagonais obtidas nos itens anteriores.

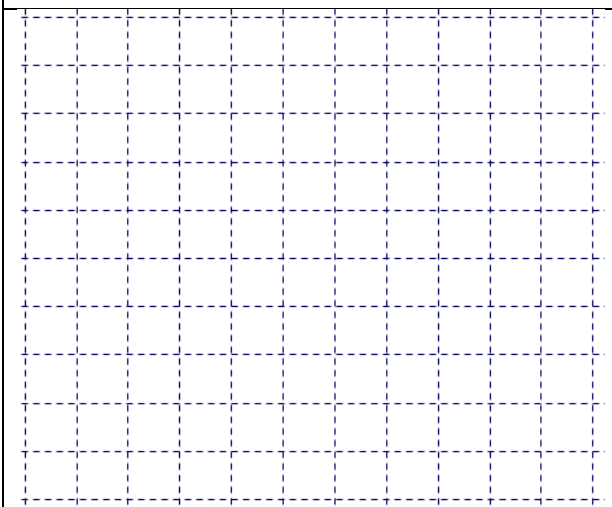
Paralelogramo



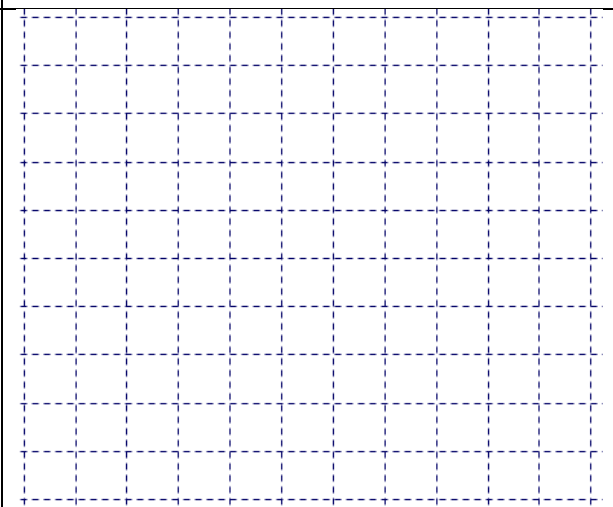
Retângulo



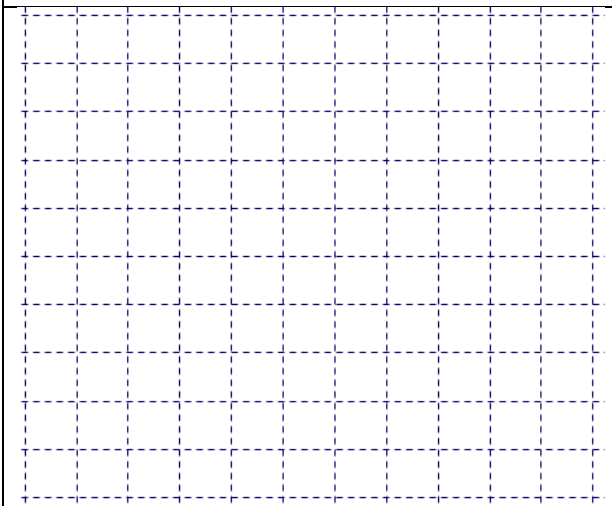
Losango



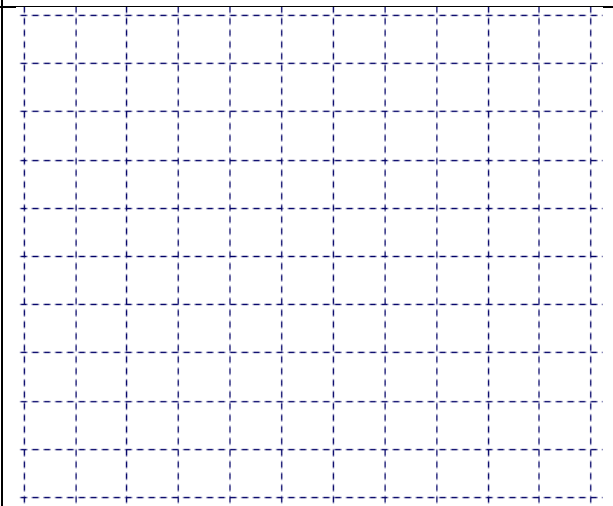
Quadrado



Trapézio



Trapézio isósceles



## Orientações ao professor

### Objetivos

Identificar as propriedades das diagonais dos quadriláteros notáveis.

### Recursos

Geoplano de madeira com 25 pregos, gominhas coloridas e atividade impressa.

### Desenvolvimento da atividade

A atividade deverá ser realizada em duplas.

Cada aluno deverá receber uma atividade e cada dupla um geoplano e várias gominhas.

Se os alunos não tem experiência com o Geoplano, é recomendável que o professor dê um tempo para eles manuseiem livremente esse material.

O professor poderá retomar alguns conceitos que serão necessários para a realização da atividade como: retas perpendiculares e ponto médio.

Após a conclusão da parte escrita, o professor promoverá uma discussão acerca do trabalho realizado e poderá construir na lousa um quadro semelhante ao abaixo com a participação dos alunos.

| Quadriláteros      | Diagonais congruentes | Diagonais se interceptam nos pontos médios | Diagonais são perpendiculares |
|--------------------|-----------------------|--|-------------------------------|
| Paralelogramo      |                       | x  |                               |
| Retângulo          | x                     | x  |                               |
| Losango            |                       | x  | x                             |
| Quadrado           | x                     | x  | x                             |
| Trapézio           |                       |  |                               |
| Trapézio isósceles | x                     |  |                               |



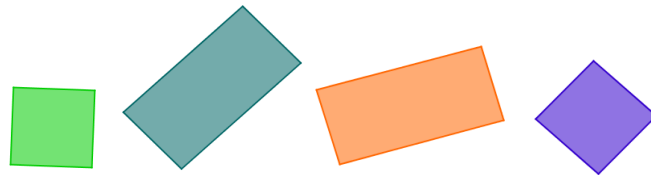


## Atividade 11

### Lista de Propriedades dos Quadriláteros

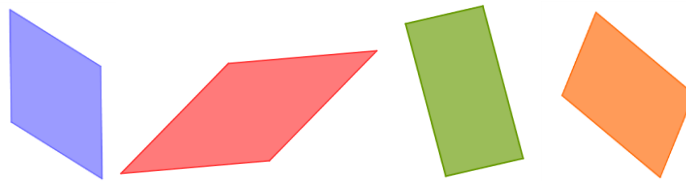
Liste todas as propriedades que vocês conseguirem para cada tipo de quadrilátero.

#### Retângulos



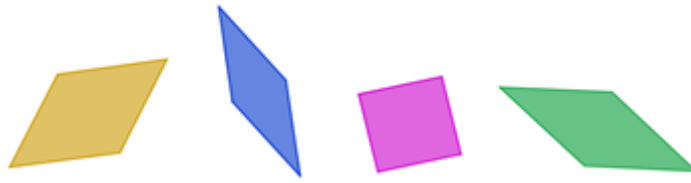
|           |  |
|-----------|--|
| Lados     |  |
| Ângulos   |  |
| Diagonais |  |
| Simetria  |  |

#### Paralelogramos



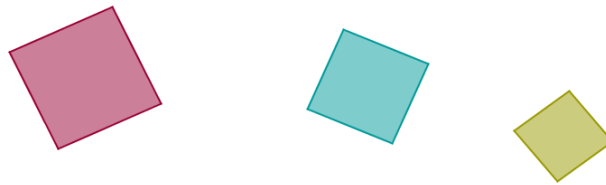
|           |  |
|-----------|--|
| Lados     |  |
| Ângulos   |  |
| Diagonais |  |
| Simetria  |  |

### Losangos



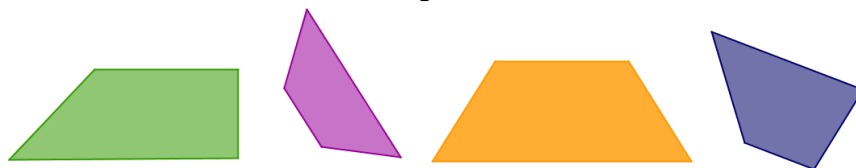
|           |  |
|-----------|--|
| Lados     |  |
| Ângulos   |  |
| Diagonais |  |
| Simetria  |  |

### Quadrados



|           |  |
|-----------|--|
| Lados     |  |
| Ângulos   |  |
| Diagonais |  |
| Simetria  |  |

### Trapézios



|           |  |
|-----------|--|
| Lados     |  |
| Ângulos   |  |
| Diagonais |  |
| Simetria  |  |

## **Orientações ao professor**

### **Objetivos**

Consolidar o aprendizado das propriedades dos quadriláteros notáveis.

### **Recursos**

Atividade impressa em papel A4.

### **Desenvolvimento da atividade**

A atividade poderá ser desenvolvida em equipes de 3 ou 4 alunos.

Os alunos terão oportunidade de sistematizar as propriedades aprendidas anteriormente. Após a conclusão da parte escrita, algumas equipes poderão apresentar o trabalho realizado. Nesse momento, o professor poderá refinar a linguagem matemática, fazer as correções ou complementações necessárias, sempre incentivando a participação da turma.



## Atividade 12

### Lista mínima das Propriedades dos Quadriláteros

Uma lista mínima de propriedades de uma figura contém as propriedades suficientes e necessárias para defini-la. Por exemplo, uma lista mínima para um quadrado vai garantir que a figura seja um quadrado e se qualquer propriedade for removida dessa lista a figura deixa de ser um quadrado.

Troque ideias com seus colegas de grupo e escreva a lista mínima de propriedades que definem cada tipo de quadrilátero.

|               |  |
|---------------|--|
| Trapézio      |  |
| Paralelogramo |  |
| Losango       |  |
| Retângulo     |  |
| Quadrado      |  |

### Orientações ao professor

#### Objetivos

Identificar propriedades mínimas para definir cada tipo de quadrilátero notável.

#### Recursos

Atividade impressa em papel A4.

#### Desenvolvimento da atividade

A atividade poderá ser desenvolvida em equipes de 3 ou 4 alunos. Após a conclusão da parte escrita, o professor deverá promover um momento de discussão a respeito das propriedades mínimas para definir cada quadrilátero. Nesse momento, propriedades podem ser acrescentadas ou retiradas até que chegue a uma lista mínima para cada tipo de quadrilátero aceita pela turma.



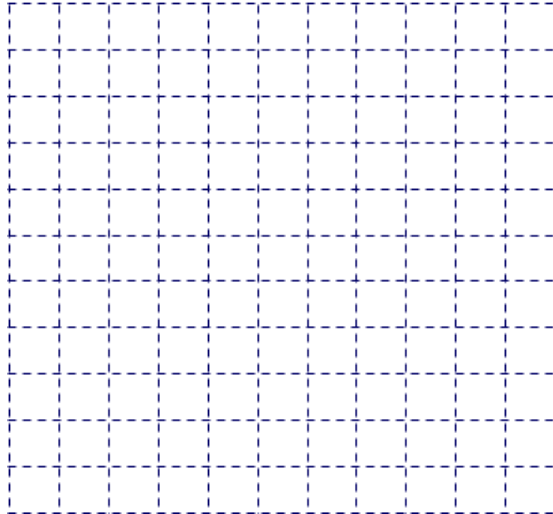
## Atividade 13

### Quem sou eu?<sup>3</sup>

Faça um desenho de acordo com as propriedades citadas e identifique o quadrilátero em cada item.

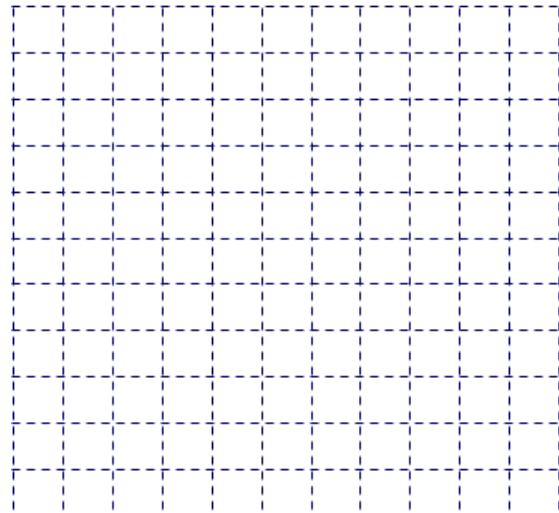
1) Quem sou eu? \_\_\_\_\_

- Sou um quadrilátero que tem pelo menos um ângulo que não é reto.
- Pelo menos um lado é paralelo a seu lado oposto.
- Os lados opostos são congruentes.



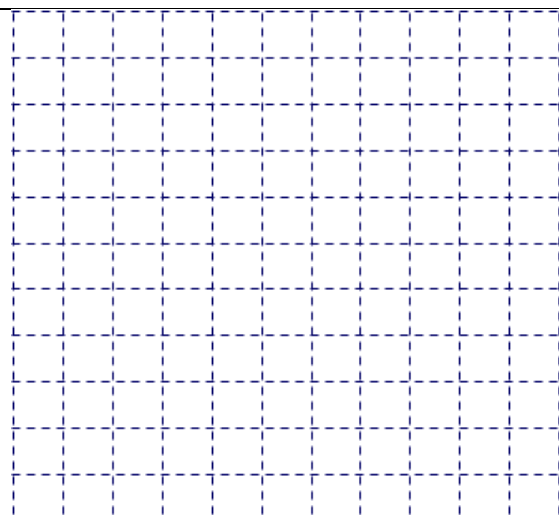
2) Quem sou eu? \_\_\_\_\_

- Sou um quadrilátero que tem os ângulos opostos iguais.
- Os quatro lados são congruentes.
- Pelo menos um ângulo é reto.



3) Quem sou eu? \_\_\_\_\_

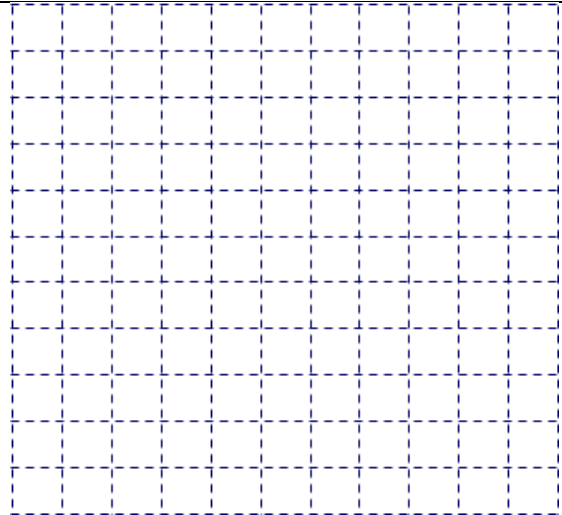
- Sou um quadrilátero que tem pelo menos um ângulo agudo.
- Os lados opostos são congruentes.



<sup>3</sup> - Atividade adaptada de Maioli (2002)

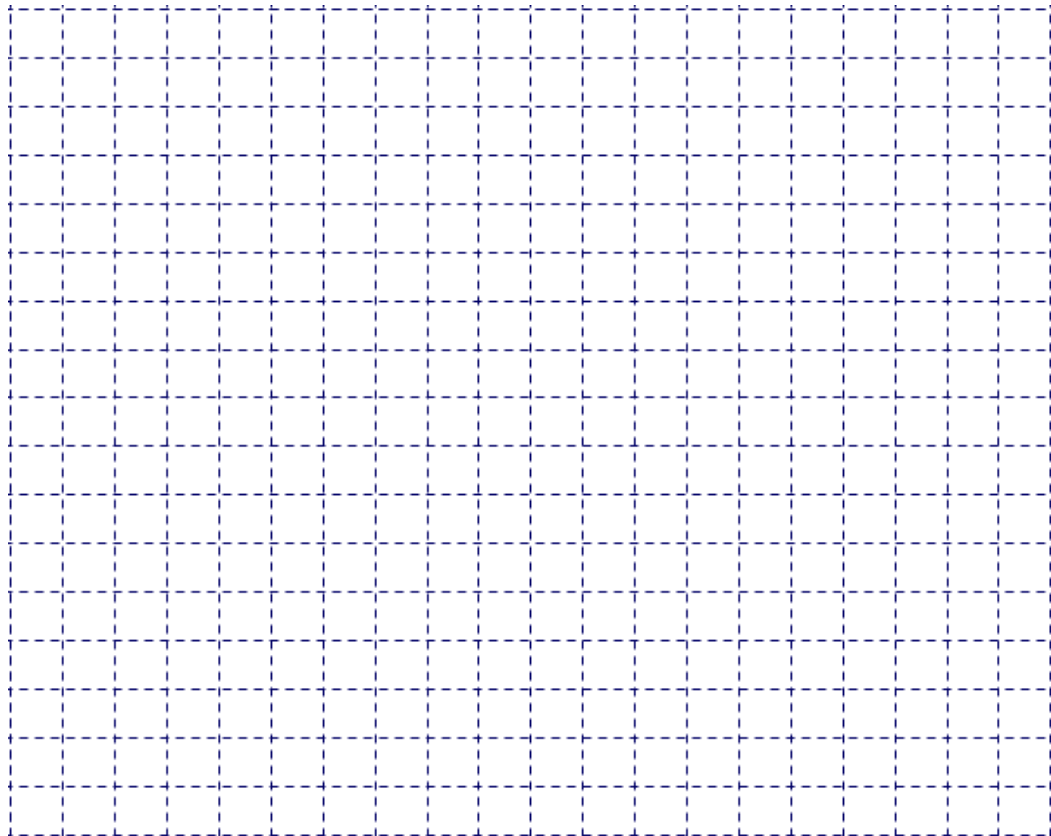
4) Tenho somente um par de lados paralelos.

Quem sou eu? \_\_\_\_\_



5) Agora é você que vai dar as dicas para que seus colegas de grupo desenhem um quadrilátero. Pense em um quadrilátero e escreva as características no espaço abaixo.

6) Veja a descrição dos seus colegas de grupo e faça os desenhos correspondentes no espaço abaixo.



## **Orientações ao professor**

### **Objetivo**

Identificar quadriláteros a partir de propriedades específicas.

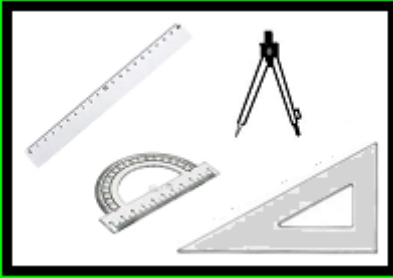
### **Recursos**

Atividade impressa em papel A4 e geoplano de madeira com no mínimo 25 pinos.

### **Desenvolvimento da atividade**

A atividade poderá ser desenvolvida em equipes de 3 ou 4 alunos.

Os alunos poderão construir os quadriláteros no geoplano correspondentes às propriedades enunciadas para identificar os quadriláteros. Depois poderão fazer os desenhos no quadriculado.



## Atividade 14

### Desenhando Quadriláteros

Você vai construir quadriláteros usando régua, esquadros, compasso e transferidor.

Atenção com a precisão das medidas!

1. Construa um quadrado ABCD com medida dos lados igual a 55 mm.
2. Construa um retângulo, sabendo que seus lados medem 38 mm e 64 mm.
3. Construa um paralelogramo ABCD sabendo que:  $AB = 70$  mm,  $\hat{A} = 40^\circ$  e  $AC = 40$  mm.



4. Construa um trapézio isósceles ABCD sabendo que:  $AB = 80$  mm e  $AC = 45$  mm.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
5. Construa um trapézio ABCD sabendo que:  $AB = 80$  mm,  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $AC = 45$  mm e  $CD = 30$  mm.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
6. Construa um losango sabendo que suas diagonais medem 30 mm e 70 mm.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
7. Construa um losango sabendo que seus lados medem 45 mm.

## Orientações ao professor

### Objetivo

Construir quadriláteros notáveis a partir de suas propriedades.

### Recursos

Atividade impressa em papel A4, régua, esquadro, compasso e transferidor.

### Desenvolvimento da atividade

A atividade deverá ser desenvolvida em duplas.

O professor deverá verificar se os alunos possuem experiência anterior com o uso dos instrumentos geométricos. Caso necessário, deverá propor algumas construções simples, utilizando esses instrumentos antes de propor essa atividade, pois é necessário que os alunos saibam:

- desenhar ângulos com transferidor e régua,
- retas paralelas e perpendiculares com esquadro e régua e
- desenhar triângulos com compasso e régua.

Os alunos deverão construir os quadriláteros a partir do conhecimento de suas propriedades.

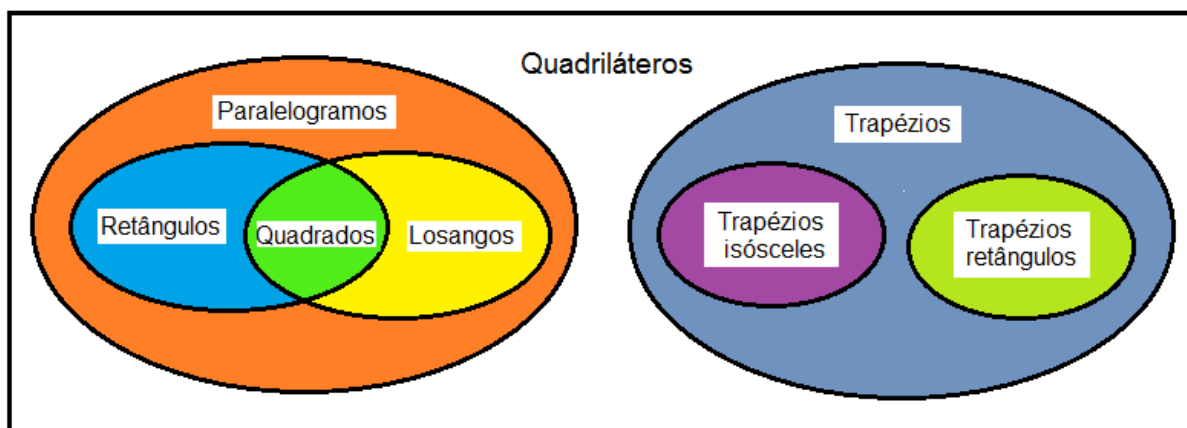
Eu sou um paralelogramo de ângulos retos.



### Atividade 15

#### Inclusão de Classes dos Quadriláteros

1. Explique a imagem baseando-se nas propriedades dos quadriláteros.



---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

## **Orientações ao professor**

### **Objetivo**

Compreender a inclusão de classes dos quadriláteros.

### **Recursos**

Atividade impressa em papel A4.

### **Desenvolvimento da atividade**

A atividade deverá ser desenvolvida em equipes de três ou quatro alunos.

Os alunos deverão elaborar um texto, explicando a inclusão de classes dos quadriláteros.

Espera-se que em uma turma que realizou as atividades anteriores, com momentos ricos de discussão, vários alunos já tenham compreendido tal inclusão. A troca de ideias será importante para que através da socialização os alunos tenham oportunidade de desenvolver a compreensão da inclusão de classes dos quadriláteros.

Após a elaboração do texto, o professor poderá convidar cada equipe para fazer a leitura do texto por eles produzido. Nesse momento, o professor poderá complementar informações e refinar a linguagem Matemática, sempre incentivando a participação da turma.

