PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS

Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática

José Eustáquio Pinto

OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS COM APLICAÇÕES NA ÁREA TÉCNICA EM ELETROELETRÔNICA.

Belo Horizonte

2015

José Eustáquio Pinto

OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS COM APLICAÇÕES NA ÁREA TÉCNICA EM ELETROELETRÔNICA.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. João Bosco Laudares

Coorientador: Prof. Dr. Niltom Vieira Junior

Belo Horizonte

2015

FICHA CATALOGRÁFICA
Elaborada pela Biblioteca da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

Pinto, José Eustáquio
P659o Objeto de aprendizagem para o ensino de números complexos com aplicações na área técnica em eletroeletrônica / José Eustáquio Pinto. Belo Horizonte, 2015.
111 f.: il.

Orientador: João Bosco Laudares
Coorientador: Niltom Vieira Júnior
Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática.

1. Números complexos - Estudo e ensino. 2. Ensino profissional. 3. Eletrônica - Matemática. 4. Prática de ensino. I. Laudares, João Bosco. II. Vieira Júnior, Niltom. III. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. IV. Título.

CDU: 511.6

José Eustáquio Pinto

OBJETO DE APRENDIZAGEM PARA O ENSINO DE NÚMEROS COMPLEXOS COM APLICAÇÕES NA ÁREA TÉCNICA EM ELETROELETRÔNICA.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática.

COMISSÃO EXAMINADORA

Prof. Dr. João Bosco Laudares (Orientador)

Doutorado em Educação: História, Política, Sociedade – (PUC-SP)

Prof. Dr. Niltom Vieira Junior (Coorientador)

Doutorado em Engenharia Elétrica – (UNESP)

Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda

Doutorado em Tratamento da Informação Espacial – (PUC Minas)

Prof. Dr. Saddo Ag Almouloud

Doutorado em Mathématiques Et Applications – (Université de RENNES 1, França)

Belo Horizonte, 13 de março de 2015.

À minha esposa Simone e ao meu filho Rafael, por eu ter me abdicado diversas vezes da nossa convivência, em função da dedicação ao curso de mestrado.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que é presença constante em minha vida, protegendo-me e proporcionando-me tantas conquistas.

Ao meu pai, que soube educar uma família com muitos filhos, poucos recursos financeiros, mas com muita humildade e sabedoria.

À minha mãe, que, junto ao meu pai, sempre esteve presente nos momentos fáceis e difíceis da minha vida.

À minha esposa, Simone, pelo amor, companheirismo e apoio.

Ao meu filho, Rafael, por ter compreendido, apesar da pouca idade, minha ausência nos momentos de estudo.

Ao Prof. Dr. João Bosco Laudares, pela preocupação, atenção, paciência e confiança.

Ao Prof. Dr. Niltom Vieira Junior, pela atenção, palavras de apoio e todos os *e-mails* respondidos.

Ao Prof. Dr. Dimas Felipe de Miranda, pelas palavras sábias que sempre me confortavam.

Ao meu amigo Mauro, com que juntos superamos vários desafios ao longo do curso.

A todos os professores do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, pelo comprometimento com os mestrandos.

"Mas há uma outra razão que explica a elevada reputação das Matemáticas, é que elas levam às ciências naturais exatas uma certa proporção de segurança que, sem elas, essas ciências não poderiam obter". (ALBERT EINSTEIN).

RESUMO

Esta Dissertação resultou de uma Pesquisa realizada no Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, inserido no Grupo de Pesquisa em Informática e Metodologia em Educação Matemática e apoiado pelo Projeto de Pesquisa Objetos de Aprendizagem para o Ensino de Matemática na Educação Profissional Técnica de Nível Médio, Edital 13/2012, financiado pela FAPEMIG. O objeto investigado, a construção de um Objeto de Aprendizagem, foi construído a partir de uma metodologia que privilegiou três grandes pilares: Informática Educativa, Objetos de Aprendizagem e Ensino dos Números Complexos. Os sujeitos foram estudantes de um Curso Técnico em Equipamentos Biomédicos da disciplina de Matemática. O Produto derivado da Pesquisa se constituiu de um Objeto de Aprendizagem (OA), construído com atividades para o estudo dos Números Complexos com aplicações na área técnica em eletroeletrônica. Foi explorada, com exclusividade, a capacidade de dinamização pelas telas de animações das atividades, com ênfase na interpretação geométrica das operações envolvendo os números complexos e análise de circuitos. Procedeu-se a um estudo desse conteúdo em livros didáticos aprovados no Programa Nacional do Livro Didático. Na análise dos resultados obtidos pelos estudantes, os erros verificados foram classificados em categorias. Concluiu-se que o OA construído é um instrumental de grande potencial para proporcionar aprendizagem efetiva aos alunos, com mediação pela tecnologia da informática educativa e intermediação do professor, o qual pode dar aulas com metodologias diferenciadas como alternativa às aulas tradicionais.

Palavras-chave: Informática Educativa, Objetos de Aprendizagem, Números Complexos.

ABSTRACT

This thesis is the result of a research carried out in the Masters in Science and Mathematics Teaching Programme, inserted in the Research Group on Informatics and Methodology in Mathematics Education and supported by the Research Project on Learning Objects for the Teaching of Mathematics in a High School for Technical Vocational Education, notice 13/2012, funded by FAPEMIG. The study object, the construction of a learning object, was constructed from a methodology that favored three main pillars: Computers in Education, Learning Objects and Teaching of Complex Numbers. The subjects were the students in a Technical Course in Biomedical Equipment during the Mathematics class. The Research's product consisted of a Learning Object (LO), built with activities for the Study of Complex Numbers with applications in the technical area of electronics. The boosting capacity by screens animations of activities was explored, exclusively, with emphasis on geometric interpretation of transactions involving complex numbers and circuit analysis. There has been a study of this content in textbooks approved in the Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). In the analysis of the results obtained by the students, the errors found were classified into categories. It follows that the LO built is a great potential instrumental to provide effective learning for the students, with mediation by the technology of educational computing and the teachers' intermediation, who can give lessons with different methodologies as an alternative to traditional classes.

Keywords: Computers in Education, Learning Objects, Complex Numbers.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O motivo que me despertou a atenção para o estudo dos números complexos, em particular sobre sua aprendizagem, surgiu da minha formação acadêmica, no curso de Licenciatura em Matemática (2007) e da experiência por ter cursado algumas disciplinas do curso de Bacharelado em Engenharia Elétrica (2008 a 2010).

A proposta deste trabalho centra-se na aprendizagem dos números complexos com o auxílio de um Objeto de Aprendizagem nos cursos da Educação Profissional Técnica de nível médio em cursos da área eletroeletrônica. Durante cinco anos, trabalhando como professor de matemática do último ano do ensino médio em instituições públicas e particulares de ensino da região metropolitana de Belo Horizonte, foi sempre desafiador lidar com o ensino dos números complexos por vários motivos. Um desses motivos é que usualmente a prática educativa que executava era inspirada em meus professores e limitada ao uso de livros didáticos. A iniciativa de se criar um Objeto de Aprendizagem surge, entre outros motivos, da necessidade de atender as demandas do Projeto de Pesquisa aprovado pelo Edital FAPEMIG 13/2012, que apoia pesquisas relacionadas à Educação Básica.

A elaboração do referido Projeto contou com a cooperação de dois grupos de pesquisa, Grupo de Pesquisa em Informática e Metodologia em Educação Matemática (GRUPIMEM) da PUC Minas e o Grupo de Pesquisa em Educação Matemática (CEFEMAT) do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFETMG), cuja linha de pesquisa comum é a tecnologia computacional no ensino de Matemática, sendo ambos os grupos certificados por suas Instituições e credenciados pelo CNPQ. Os participantes do GRUPIMEM são, na sua maioria, mestrandos do Programa de Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática.

Nesses grupos, um dos focos é o estudo teórico e o desenvolvimento de atividades com o uso da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) no ensino de Matemática.

Uma das ações conjuntas desses grupos foi a formulação do presente Projeto “Objetos de Aprendizagem para o ensino de Matemática na Educação Profissional Técnica de nível médio”, que contempla experiências, investigações e pesquisas dos professores e estudantes de iniciação científica partícipes dos grupos. Dentre as linhas temáticas propostas no Edital, a terceira é de interesse dos grupos, por contemplar projeto voltado para o desenvolvimento de ações/produtos que possam ser utilizados na Educação Básica. Em especial, a presente proposta conjunta visa ao desenvolvimento de Objetos de Aprendizagem, destacando-se, ainda, a incorporação das TICs em sala de aula por professores de Matemática que atuam em cursos técnicos de nível médio.

Com a crescente necessidade de estreitar o diálogo entre os professores das disciplinas de “Cultura Geral” e das disciplinas técnicas, que é uma demanda que ocorre nas escolas de Educação Profissional Técnica (EPT) (LAUDARES, 1987), o Projeto visa disponibilizar meios/recursos para suprir essa demanda.

Como integrante do GRUPIMEM e por ter cursado parcialmente o curso de Bacharel em Engenharia Elétrica, o autor desta dissertação optou por criar um Objeto de Aprendizagem para o ensino dos números complexos com aplicações na área de eletroeletrônica de forma a enriquecer a interdisciplinaridade das aulas dos professores de Matemática, direcionando as atividades para uma aplicabilidade nas áreas técnicas.

Quase sempre deixado para ser trabalhado no final do ano letivo, além da dificuldade de contextualização do conteúdo com a prática, o ensino dos números complexos se torna pouco atraente no ponto de vista dos alunos, que sempre indagam aos professores sobre sua utilidade ou aplicação.

Em sua Dissertação intitulada “O Ensino dos Números Complexos”, Silva (2008) apresenta resultados que indicam que o trabalho significativo com números complexos, no contexto da sala de aula, se constitui num desafio alcançável, tanto para quem ensina quanto para quem aprende.

O ensino dos números complexos, considerando o enfoque tradicional dos currículos escolares, bem como as questões durante o aprendizado, advindas da pouca sistematização do conteúdo e da falta de contextualização, necessita de alternativas didáticas que amenizem os problemas relacionados ao seu ensino.

Como observa Spinelli (2009, p.4),

> a grande indignação dos alunos de Ensino Médio, e também de muitos professores, quando do estudo dos números complexos refere-se ao fato de que esse tipo de número não se adéqua a nenhuma das necessidades pertinentes a seu cotidiano. Afinal, números complexos não exprimem resultados de contagens e nem representam quantidades; além disso, não faz muito sentido ordená-los, e usá-los como elemento básico de codificação é, no mínimo, estranho. Assim, de acordo

> apenas com os usos que os alunos conhecem até então, um complexo não mereceria receber o título de "número".

Já na década de 1980, Laudares (1987) realizou uma Pesquisa abrangendo todas as Escolas Técnicas Industriais Federais e CEFETs de todo Brasil, envolvendo mais de 300 professores. Nessa Pesquisa, o autor revelou que mais de 80% dos professores das diversas áreas técnicas, inclusive da área de eletroeletrônica, utilizam o conteúdo de números complexos no Programa Oficial do Ensino Médio.

Conteúdos da área de eletroeletrônica demandam a Matemática, especificamente números complexos. Uma das maneiras de analisar circuitos elétricos é pela análise fasorial[1], ou seja, pela representação gráfica dos fasores de tensão e de corrente que são funções senoidais. Usando Trigonometria, pode-se verificar o comportamento da tensão e da corrente nos diferentes circuitos em Corrente Alternada (CA). No entanto, limitado à trigonometria, esse tipo de análise na resolução de circuitos mais elaborados é difícil, abstrato e limitado. Nesse contexto, a aplicabilidade de números complexos como estratégia de aprendizagem na análise de circuitos elétricos em corrente alternada se torna uma alternativa conveniente e tem se mostrado a preferida pela maioria dos autores de livros que retratam a análise de circuitos elétricos, por exemplo, Alburquerque (1989), Nilsson (2009), Gussow (2009), Boylestad (2004).

Embora a utilização dos números complexos na análise de circuitos elétricos em CA seja um campo bastante específico de aplicação da Matemática, objetiva-se com o OA construído minimizar as dificuldades encontradas pelos alunos das disciplinas que envolvem os números complexos e circuitos elétricos, bem como buscar a redução dos elevados índices de repetência e evasão escolar.

1.1. Questão

Como criar Objeto de Aprendizagem capaz proporcionar comunicação e interação para a formalização de conceitos facilitando o ensino dos números complexos associado a área técnica em eletroeletrônica?

---

[1]*Fasor* ou *vetor de fase* são vetores que representam um número complexo, condensando o valor de um módulo e um ângulo.

1.2. Objetivo Geral

Construção de um Objeto de Aprendizagem de Matemática para o ensino e aprendizagem dos números complexos com aplicações na área de eletroeletrônica para cursos de nível médio técnico de escolaridade.

1.3. Objetivos Específicos

- Identificar, nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio, a contribuição da TICs na formação do Técnico.

- Identificar em Livros Didáticos qual é a abordagem utilizada no ensino dos números complexos.

- Criar atividades, informatizadas, estruturadas em forma de sequência didática envolvendo aplicações dos números complexos em análise de circuitos de forma a possibilitar comunicação e interação com o sistema, experimentações e simulações que levem a formalização de conceitos e a criação de significados.

- Testar, em sala de aula, o Objeto de Aprendizagem criado e, a partir desses resultados, propor melhorias para o mesmo.

1.4. Estrutura da Dissertação

A estrutura desta Dissertação é constituída de seis capítulos, incluindo a Introdução, no capítulo 1, e as Considerações Finais, no capítulo 6.

No capítulo 2, encontra-se a fundamentação teórica que norteou esta Pesquisa, desenvolvendo as temáticas: informática educativa, ensino dos números complexos e objetos de aprendizagem como ferramentas metodológicas alternativas às aulas expositivas no ensino de Matemática.

No capítulo 3, discorre-se acerca da metodologia utilizada nesta pesquisa. Destaca-se a análise realizada a partir dos livros didáticos de Matemática para o Ensino Médio sobre suas abordagens ao tema “ensino dos números complexos”, com o intuito de verificar a perspectiva didática utilizada no ensino do conteúdo.

No capítulo 4, foram apresentados os softwares Geogebra e Exelearning utilizados na elaboração das atividades que compõem o Objeto de Aprendizagem (OA). Apresenta-se também como foi elaborado o referido OA denominado “Descomplicando os Complexos”.

No capítulo 5, apresenta-se a análise da aplicação das atividades, em que foram elencados quatro tipos de erros, norteados por Cury (2013). Apresentam-se também os sujeitos participantes da pesquisa e, em seguida, relatam-se as análises dos resultados em que se buscou compreender como ocorreram as observações realizadas, os registros das atividades e o grau de intervenção do professor durante o processo, dimensionando, dessa forma, a eficiência da prática docente adotada na obtenção da aprendizagem com compreensão.

Finalmente, no capítulo 6, apresentam-se as considerações finais e as reflexões sobre as contribuições da metodologia elaborada para o processo de aprendizagem sobre o estudo dos números complexos com aplicações em cursos da área de eletroeletrônica.

Como Produto Final desta Pesquisa, foi elaborado um Objeto de Aprendizagem composto por seis atividades. Esse produto educacional contém um CD com os arquivos que compilam o Objeto de Aprendizagem “Descomplicando os Complexos”.

2. RECURSO TECNOLÓGICO EDUCACIONAL: OBJETO DE APRENDIZAGEM COM RESPALDO EPISTEMOLÓGICO NUMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Para atingir os objetivos específicos propostos neste estudo, optou-se pela elaboração de atividades apoiadas num referencial teórico, sendo desenvolvidos os seguintes tópicos: a) Informática Educativa; b) Objetos de Aprendizagem para o Ensino de Matemática; c) O ensino dos números complexos.

2.1. Informática Educativa

Em dias atuais, a informação se propaga com rapidez, tendo se tornado essencial para a maioria das atividades humanas. Em qualquer atividade econômica, a produtividade com qualidade está diretamente relacionada à rapidez ao acesso da informação. Atualmente tal acesso é proporcionado por novas tecnologias da comunicação. Os benefícios trazidos pelas novas tecnologias da informação são muitos, e seus reflexos comportamentais e sociais são significativos. O computador é um representante dessas inovações da tecnologia e atualmente é acessível a boa parte da população.

Assim como em qualquer outra área, a educação vem sendo inevitavelmente pressionada a incorporar o computador como ferramenta de trabalho nos processos didáticos, objetivando melhorar e aprimorar o processo de aprendizagem. Nesse contexto, em que o computador é um exemplo da Informática no ambiente educacional, atuando como um recurso didático, Moran (2013) e Valente (1993) trabalham com o conceito de Informática Educativa.

Ao destacar a importância das TICs no processo de ensino e aprendizagem, não se pode esquecer da relevância do papel do professor nesse processo. Masetto (2013) afirma que esse profissional, nesse contexto, assume o papel de mediador pedagógico. Destaca também que, embora o professor ainda desempenhe o papel de especialista, que possui conhecimentos e experiências a comunicar, na maioria das vezes ele vai atuar como orientador das atividades do estudante, consultor, facilitador, planejador e dinamizador de situações de aprendizagem, trabalhando em equipe com o estudante, buscando os mesmos objetivos.

> Trabalhar com tecnologias visando criar encontros mais interessantes e motivadores dos professores com os alunos não significa privilegiar a técnica de aulas expositivas e recursos audiovisuais, mais convencionais ou mais modernos, que são usadas para a transição de informações, conhecimentos, experiências. Não significa simplesmente substituir o quadro-negro e o giz por algumas transparências, por

> vezes tecnicamente mal elaboradas ou até maravilhosamente construídas num *PowerPoint* ou começar usar um *datashow*. (MASSETO, 2013, p.142-143)

Em Moran (2013, p. 53) tem-se que "a educação escolar precisa compreender e incorporar mais as novas linguagens, desvendar seus códigos, dominar as possibilidades de expressão e as possíveis manipulações". Assim, a Tecnologia da Comunicação e Informação (TIC) colabora para desenvolver o processo de ensino e de aprendizagem, incentivando quem a utilize a buscar meios e formas para que esse processo possa acontecer.

A incorporação dessas novas linguagens (tecnologias), citadas por Moran (2013), no processo de ensino e aprendizagem está diretamente associada à mudança de paradigmas quanto à absorção das mesmas pelos profissionais da educação. Borba e Penteado (2001) lembram que a utilização da mídia computador foi um fator de resistência para muitos profissionais da educação. Porém, os autores veem a utilização da Informática como um modo de transformar a prática educativa e sugerem que essa tecnologia pode estar presente em atividades essenciais de aprendizado, tais como: ler, escrever, compreender textos, interpretar gráficos, contar, desenvolver certas noções de conteúdos, dentre outros. O computador pode ser parte da produção do conhecimento, de modo a promover a harmonia entre estratégias didáticas e mídias. É preciso ressaltar que a utilização de uma mídia não exclui outra, ou seja, o fato de utilizar o computador não tornará obsoleta a utilização do lápis e do papel.

Entende-se a Informática Educativa como sendo a interferência do computador ou de qualquer outro recurso tecnológico digital no processo de ensino-aprendizagem. Com o conhecimento dessas formas de utilização do computador na educação e da compreensão do que é Informática Educativa, ficaram possibilitadas variadas formas de se trabalhar com a tecnologia (OLIVEIRA, 2012).

As possibilidades e potencialidades do uso da informática no processo de ensino/aprendizagem são incomensuráveis, pois

> entre as contribuições da informática frequentemente enfatizadas por alguns especialistas na área de Informática na Educação está a de favorecer o trabalho do professor, enriquecendo e diversificando a sua forma de encaminhar o processo de ensino-aprendizagem. (OLIVEIRA, 2001, p.08)

Para Oliveira (2001), outra contribuição importante é a de ampliar os níveis de abordagem dos conteúdos estudados, pelo que o computador oferece como alternativa para a realização de atividades curriculares ou pelas possibilidades de acesso à rede mundial de computadores (*Internet)* como fonte de pesquisas e de interlocução científica. Ao considerar o computador como uma possibilidade de inovação na prática educativa, podem-se criar novas propostas didáticas.

Na atualidade, a inovação está associada à utilização de novas tecnologias em sala de aula, e isso implica novas propostas de trabalho, que, para se efetivarem, necessitam de um reconhecimento das características dos professores e alunos. Nesse contexto, a atuação do professor se inova em direção a uma visão crítica acerca do processo de aprendizagem, compreendendo e refletindo sobre possibilidades do uso do computador, como uma ferramenta que pode se tornar capaz de desencadear processos mentais pelos alunos que os levem a processos de aprendizagem.

Apesar de todos os atrativos e situações positivas no âmbito didático que o uso do computador proporciona, é importante ressaltar, segundo Rodrigues (2006), que a utilização do computador ou de qualquer outra tecnologia informática não significa, necessariamente, uma melhora no processo de aprendizagem. Para que isso ocorra, é conveniente a implantação de um projeto pedagógico que alicerce todo o processo de estruturação da utilização dos recursos tecnológicos e que extraia o máximo de seu potencial para aprimorar o processo educativo.

Defende-se que o uso do computador ou de qualquer outra tecnologia informática na educação seja parte de um projeto pedagógico maior que sustente todo o processo de estruturação da utilização dos recursos tecnológicos.

2.2. Objetos de Aprendizagem

O uso da tecnologia é um processo em transformação, e as inovações tecnológicas podem resultar em mudanças de todo um paradigma. A internet, rede mundial de computadores, é um dos principais exemplos disso. Além de transformar radicalmente a maneira das pessoas de se comunicarem, realizarem transações bancárias, entre outras atividades cotidianas, proporciona também uma mudança de paradigma pedagógico, ou seja, a maneira como as pessoas ensinam e aprendem. Consequentemente, uma transformação pode acontecer também na forma como materiais educacionais são desenvolvidos e oferecidos para aqueles que desejam aprender (WILEY, 2000).

Os meios facilitadores para auxiliar o ensino e aprendizagem são pesquisados e apontados por vários autores. Os softwares Geogebra, Logo e Cabri, entre outros, são exemplos que possibilitam um vasto campo de possibilidades didáticas no ensino de Matemática e ratificam a contribuição e a importância do uso do computador na sala de aula.

Dentre as formas de utilização do computador, procurou-se neste trabalho analisar e criar um recurso educacional denominado Objeto de Aprendizagem, voltado para o conteúdo dos Números Complexos com aplicações básicas na análise de circuitos, da área técnica de nível médio.

Verificou-se, a partir de análise bibliográfica, que em dicionários não existe uma definição para objetos de aprendizagem, mas várias definições são encontradas em artigos, dissertações, teses e livros especializados. Wiley (2000), por exemplo, define objetos de aprendizagem como sendo qualquer recurso digital que possa ser utilizado para o suporte ao ensino.

Já Musio (2001) apresenta algumas definições para o termo "Objetos de Aprendizagem" em que se destacam as características de ser um granular e reutilizável pedaço de informação independente de mídia e que pode ser definido como objetos de comunicação utilizados para propósitos instrucionais, indo desde mapas e gráficos até demonstrações em vídeo e simulações interativas.

Em outra definição, Pimenta e Batista (2004) entendem que os objetos de aprendizagem constituem unidades de pequena dimensão, desenhadas e desenvolvidas de forma a fomentar a sua reutilização, eventualmente em mais do que um curso ou em contextos diferenciados, e passíveis de combinação ou articulação com outros objetos de aprendizagem, de modo a formar unidades mais complexas e extensas.

Inspirado na concepção de vários autores, Audino (2012) elabora sua própria definição de objetos de aprendizagem como

> recursos digitais dinâmicos, interativos e reutilizáveis em diferentes ambientes de aprendizagem elaborados a partir de uma base tecnológica. Desenvolvidos com fins educacionais, eles cobrem diversas modalidades de ensino: presencial, híbrida ou à distância; diversos campos de atuação: educação formal, corporativa ou informal; e, devem reunir várias características como durabilidade, facilidade para atualização, flexibilidade, interoperabilidade, modularidade, portabilidade, entre outras. (AUDINO, 2012, p. 57)

Observa-se que nem todos os autores convergem numa conceituação para os objetos de aprendizagem. Nesse cenário, alguns defendem que eles devem ser criados com propósitos específicos. Para Machado e Sá Filho (2003), um objeto de aprendizagem deve ter ao menos um propósito educacional claramente definido e que não pode ser tão grande que sua aplicação se restrinja a um único contexto ou propósito educacional, ou seja, eles devem ser reaproveitados e devem seguir um objetivo definido.

No que entende Reis (2010), em consonância com as concepções de Wiley (2000) e considerando o advento da internet, os OAs passam a fazer parte de uma classe denominada Recursos Educacionais Abertos (REA)[2], que podem ser acessados ou utilizados de forma livre. Ao explicar o sentido específico expresso no adjetivo "abertos", Reis (2010, p. 19) destaca que se trata de recursos educacionais "distribuídos e utilizados, com fins não comerciais, por qualquer comunidade que pudesse acessá-los". Desse modo, os benefícios didáticos proporcionados por esses recursos se tornariam de fácil acesso aos diferentes usuários interessados em sua utilização. Esse entendimento é embasado em Wiley (2009), que descreve algumas características presentes em um REA:

- reutilização (*Reuse*): configura-se aqui apenas na utilização de um REA;
- revisão (*Revise*): o usuário pode modificar um REA de acordo com as próprias necessidades;
- remix (*Remix*): fazer combinações do REA com outros, a fim de melhorar as necessidades do usuário;
- redistribuição (*Redistribute*): compartilhar o REA, na íntegra, revisado ou ainda remixado a outros, e tudo isso sem fins lucrativos.

Os tópicos apresentados são chamados por Wiley (2009) de os 4R's. Assim, amplia-se o significado do termo "reutilização", tradicionalmente considerado para os objetos de aprendizagem.

Voltando na definição de Wiley (2000), ou seja, que um OA é qualquer recurso digital que pode ser reusado para dar suporte à aprendizagem, o mesmo autor sustenta que essa definição é amparada por dois motivos: que é suficiente para definir um conjunto razoavelmente homogêneo de coisas, neste caso, recursos digitais reutilizáveis, e que essa definição é ampla o suficiente para incluir a infinidade de informações disponíveis na rede mundial de computadores.

Nesse sentido, entende-se, nesta pesquisa, que um OA é um recurso digital reutilizável voltado para o ensino, de modo que os propósitos educacionais estejam bem definidos com

[2] REA: Do termo original em inglês "Open Educational Resources" (OER).

relação aos elementos de análise, síntese e reflexões. Quanto a ser reutilizável, a proposta é criar um OA mais completo a partir de um outro mais simples, transformando-o, assim, em um objeto mais complexo que poderá ser utilizado para fins educacionais em contextos diversos e com várias possibilidades de utilização.

2.2.1. Características de um OA

Utilizando a metáfora de um átomo, Wiley (2000) explica uma importante característica de um Objeto de Aprendizagem. Ele explica que um átomo é um elemento pequeno que pode ser combinado e recombinado com outros elementos pequenos formando algo maior. Assim, cada Objeto de Aprendizagem pode constituir-se em um módulo com um conteúdo autoexplicativo, de sentido complementar. Esse também pode ser direcionado a outros módulos para formar um curso mais abrangente. Acrescenta, também, que um átomo não pode ser recombinado com qualquer outro tipo de átomo. Esses têm que fazer parte de uma mesma estrutura, ou seja, conter conteúdos que se relacionem entre si.

Souza Junior (2007) e Lopes (2007), ao tentar compreender como um Objeto de Aprendizagem pode contribuir para o processo de ensinar e aprender no cotidiano da escola, ressaltam que ele deve favorecer a interação entre os alunos e o professor em torno da aprendizagem de um determinado conteúdo curricular.

Segundo Audino (2012), um Objeto de Aprendizagem, para ser bem estruturado, deve ser dividido em três partes bem definidas:

Objetivos: com a finalidade de demonstrar ao estudante o que pode ser aprendido a partir do estudo desse objeto, além do pré-requisito para um bom aproveitamento do conteúdo.

Conteúdo instrucional: com a finalidade de apresentar todo o material didático necessário para que, no fim de cada processo, o estudante consiga atingir os objetivos definidos.

Prática: ao final de cada utilização, julga-se necessário que o aluno registre a interatividade com o objeto para a produção do conhecimento, isto é, deve-se confirmar se as hipóteses ou opções do aluno estão corretas ou lhe dão orientação para continuar buscando novas respostas (*feedback*).

Para o autor, o diferencial dessa estrutura, em relação a outras tecnologias aplicadas à educação, é que ela possibilita a produção de conhecimento, em outras palavras, as partes:

Objetivo, Conteúdo Instrucional e Prática (*feedback*) permitem a simulação e a prática, o que se constitui no grande diferencial dos Objetos de Aprendizagem.

Influenciada por Wiley (2000), Assis (2005) entende que não há senso comum para a definição de um OA, mas que algumas características são comuns:

Interatividade, que possibilita um envolvimento do estudante com o conteúdo de alguma forma, podendo ver, ouvir ou mesmo produzir algum evento em resposta a uma interação com o objeto de aprendizagem.

Granularidade, que evidencia de que forma um objeto de aprendizagem pode ser agrupado em conjuntos maiores de conteúdos, incluindo estruturas adicionais dos cursos.

Reusabilidade, que representa a potencialidade de um objeto poder ser usado em diferentes contextos e para diferentes propósitos, não exclusivamente para o qual foi concebido.

Interoperabilidade, que descreve a potencialidade de um Objeto de Aprendizagem, indiferentemente das plataformas envolvidas (em acordo com o escopo definido para a utilização desse Objeto e explicitado em seus metadados).

Conceituação, que demonstra o vínculo essencial existente entre o Objeto de Aprendizagem e o conteúdo que se pretende abordar ao utilizá-lo como ferramenta em um processo de aprendizagem.

Identificação por metadados, que descreve as informações relacionadas à identificação, conteúdo e histórico de um Objeto de Aprendizagem, permitindo que seja facilmente localizado por mecanismos de busca e que, desta forma, esteja disponível para quem desejar assim utilizá-lo.

Outras características são encontradas nos termos “flexibilidade”, “facilidade de utilização”, “customização” e “interoperabilidade”.

> [...] **flexibilidade:** os Objetos de Aprendizagem são construídos de formas simples e, por isso, já nascem flexíveis, de forma que podem ser reutilizáveis sem nenhum custo com manutenção. Em segundo, temos a **facilidade para atualização:** como os OA são utilizados em diversos momentos, a atualização dos mesmos em tempo real é relativamente simples, bastando apenas que todos os dados relativos a esse objeto estejam em um mesmo banco de informações. Em terceiro lugar, temos a **customização:** como os objetos são independentes, a ideia de utilização dos mesmos em um curso ou em vários cursos ao mesmo tempo torna-se real, e cada instituição

> educacional pode utilizar-se dos objetos e arranjá-los de maneira que mais convier. Em quarto lugar, temos a **interoperabilidade:** os OA's podem ser utilizados em qualquer plataforma de ensino em todo o mundo. (MACÊDO, 2007, p.20).

Além das características mencionadas, ressalta-se ainda a necessidade de que o Objeto de Aprendizagem apresente como um objetivo educacional explícito. Considerando-se os 4Rs apresentados por Wiley (2009), os OAs podem ser reutilizados para atender um propósito educacional diferente daquele previsto inicialmente.

2.2.2. Repositório de Objetos de Aprendizagem

Com o crescimento desordenado na produção de dados disponibilizados na rede mundial de computadores, inclusive na forma de OAs, surge a necessidade de um meio/recurso globalizado para armazenamento e gerenciamento dessas informações. No caso dos Objetos de Aprendizagem, a forma mais utilizada para administrar tais informações é por meio de repositórios. Conforme Audino (2012), esses repositórios permitem que seus usuários deem significado aos dados, transformando-os em conhecimentos que podem ser partilhados por indivíduos de todo planeta, constituindo, dessa forma, a inteligência coletiva que está em constante crescimento na sociedade atual.

Nos repositórios, os objetos podem ser disponibilizados para os estudantes de forma individual, agrupados em módulos mais extensos, ou mesmo em cursos completos, previamente planejados pelos educadores ou organizados para estudantes ou grupos de estudantes a partir de algum diagnóstico de suas necessidades.

Alguns exemplos de Repositórios de Objetos de Aprendizagem:

BIOE – Banco Internacional de Objetos Educacionais: elaborado pela SEED/MEC, esse repositório tem por objetivo localizar, catalogar, avaliar e disponibilizar Objetos Educacionais digitais elaborados em diversas mídias nas áreas de conhecimento previstas pela educação infantil, básica, profissional e superior.

CAREO e MERLOT: são repositórios da Universidade de Alberta, Canadá, e da Universidade do Estado da Califórnia, EUA, respectivamente. Eles permitem buscar e incluir material digital em quaisquer formatos.

CESTA: produzido por uma coleção de entidades tecnológicas, sediada pela UFRGS para organizar Objetos de Aprendizagem, esse repositório respeita padrões de compartilhamento e pode ser acessado via web.

CLOE – Co-Operative Learnware Object Exchange: desenvolvido na Universidade de Waterloo, no Canadá, esse repositório permite o armazenamento e o desenvolvimento colaborativo de Objetos de Aprendizagem, além de facilitar o relacionamento com outros objetos existentes no banco de dados.

EOE – Educational Object Economy: investiga o aumento e propagação de comunidades de aprendizagem online, por meio do desenvolvimento de instrumentos baseadas em elementos para a criação e compartilhamento de Objetos de Aprendizagem.

GeoGebraTube – Repositório oficial das construções e recursos relacionados com o GeoGebra.

LabVirt – Laboratório Didático Virtual: desenvolvido pela Universidade de São Paulo e coordenado pela Faculdade de Educação, esse repositório armazena Objetos Educacionais de Física e Química sob a forma de animações e simulações.

RIVED – Desenvolvido pela SEED/MEC, os objetos disponibilizados nesse projeto são atividades multimídia na forma de animações e simulações. O RIVED não adota nenhum padrão de compartilhamento de Objetos de Aprendizagem.

A identificação por metadados é a característica de um Objeto de Aprendizagem, que possibilita aos repositórios mecanismos informatizados de buscas com maior eficiência.

2.3. Ensino dos números complexos

Ao deixar-se interpelar sobre o contexto histórico relacionado à aprendizagem dos números complexos, incluindo experiências com discentes e docentes, somos levados a fazer conjecturas de que este processo, o ensino dos números complexos, é quase sempre trabalhado de maneira superficial, enfatizando-se mais a parte algébrica que a geométrica, com cálculos repetitivos e poucas atividades envolvendo aplicações. Segundo Silva (2008), o ensino de números complexos é tratado de maneira pouco expressiva e significativa, uma vez que se lida com esses números, exclusivamente, nas suas formas algébrica e trigonométrica.

O desenvolvimento da habilidade algébrica, sem o estabelecimento de representações, não cria significado para esse conceito. É comum encontrar alunos que resolvem muito bem vários tipos de cálculos e processos algébricos ou aritméticos simplesmente seguindo técnicas ou roteiros passo a passo apresentados pelo professor.

É importante ressaltar as consequências negativas do ponto de vista pedagógico, provenientes da utilização de roteiros passo a passo, sem que seja estabelecido qualquer vínculo de compreensão ou significado sobre os conceitos envolvidos. Dessa maneira, a aprendizagem é mecânica e colabora pouco para o desenvolvimento de estruturas cognitivas, pois, diante de uma situação problema, por exemplo, muitos desses mesmos alunos não identificam a operação a ser efetuada, que é a mesma que foi usada mecanicamente. Pode-se sintetizar essa situação fazendo uma comparação entre exercício e atividade, em que o exercício tem o objetivo de aprimorar uma técnica de cálculo e a atividade tem o objetivo de resolver uma situação em que a técnica do cálculo serve de ferramenta para resolução da mesma.

Entende-se que o nome dado ao conteúdo “Números Complexos” pelo significado literal da palavra “complexo” somado à dificuldade de contextualização em relação aos outros conjuntos numéricos, faz com que o ensino deste conteúdo da Matemática seja penalizado pela pré-disposição negativa que boa parte dos alunos traz para a sala de aula.

Segundo Spinelli (2009),

> a escolha do caminho das necessárias abstrações envolve tomar a decisão de apresentar os ‘’complexos’’ aos alunos, sem os ‘’números’’. Ou seja, convém de início, deixar claro que os complexos não são importantes enquanto números, como os alunos conhecem até então, e que sua importância reside na possibilidade de serem utilizados como “operadores”, capazes de gerenciar transformações isométricas no plano. (SPINELLI, 2009, p.5)

Para esse mesmo autor, ao compreender e operar com os números complexos e executando rotações, reflexões e translações, haverá uma compreensão mais significativa dos números reais. Para ele, o contexto sobre o qual se desenvolverá o estudo será formado, unicamente, pelas múltiplas relações de significado entre os conceitos matemáticos ou, em outros termos, procedimentos matemáticos que serão os elementos que alimentarão as abstrações.

Ainda de acordo com ele, o estágio inicial para a construção do conhecimento sobre os números complexos é aquele estabelecido anteriormente pelos alunos acerca dos números reais. A impossibilidade de se obter, no campo real, o resultado das raízes quadradas de números negativos é apenas um dos significados. Pode-se exemplificar a aplicação dos números complexos em algum fenômeno natural, ou seja, pode-se dizer que os números complexos se mostram um modelo perfeito para explicar as relações entre as grandezas representadas em diagramas fasoriais de circuitos de corrente alternada.

Em sua pesquisa, Silva (2008), que trabalha os números complexos com foco na (re)significação de conceitos, propriedades e operações por meio de transformações geométricas, apresenta resultados que mostram que o trabalho significativo com os números complexos, no contexto da sala de aula, se constitui em um desafio alcançável, tanto para quem ensina quanto para quem aprende. Para ele, a realização das atividades que compõem a sequência didática utilizada em sua Pesquisa proporcionou um ambiente de interação social entre os atores envolvidos no processo de aprendizagem por meio dos grupos de trabalho, que simularam um ambiente de pesquisa matemática, motivada pela curiosidade e pelo desafio.

Já Reis Neto (2009), na conclusão do seu trabalho de pesquisa que tem como tema "Alternativa Metodológica para o Ensino e Aprendizagem de Números Complexos: Uma Experiência com Professores e Alunos", relata que é notório que educar pela pesquisa leva o aluno a progredir no saber pensar. Para ele, à medida que melhora sua argumentação, o aluno é estimulado à busca de fundamentação mais consciente, e logo aprende a elaborar questionamentos com mais propriedade e a sedimentar sua formação em bases de conhecimento mais sólidas.

Esse mesmo autor afirma que, para uma aprendizagem significativa, é necessário que se apresentem, inicialmente, os números complexos como pontos ou vetores do plano (abordagem geométrica), fazendo a conexão com problemas envolvendo rotações, homotetia e reflexão. Para ele, essa abordagem produz modificações na aprendizagem e, portanto, facilita o ensino dos números complexos, bem como seu significado e compreensão e que essa é uma boa estratégia para mostrar a utilidade do ensino dos números complexos, principalmente no Ensino Médio.

Comunga-se com os relatos dos pesquisadores citados anteriormente e é preciso ressaltar que trabalhar o conceito é tão importante quanto a técnica, principalmente no ensino dos números complexos. Esse tema é quase sempre lembrado pelos alunos como um conteúdo que não tem aplicação, quando na verdade é um modelo que representa muito bem vários fenômenos físicos, sendo um deles o diagrama dos fasores encontrados nas análises de circuitos de corrente alternada.

3. DIRETRIZES PARA O ENSINO MÉDIO TÉCNICO DE ELETROELETRÔNICA E A ANÁLISE DA TEMÁTICA EM ESTUDO EM LIVROS DIDÁTICOS.

Neste capítulo, estudam-se as Diretrizes Curriculares para os Cursos de nível médio técnico de escolaridade da área de eletroeletrônica e analisam-se livros didáticos que abordam o conteúdo de números complexos.

3.1. Diretrizes Curriculares

A resolução nº 6, de 20 de setembro de 2012, define Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio e preconiza, em seu artigo 5º, que "os cursos de Educação Profissional Técnica de Nível Médio têm por finalidade proporcionar ao estudante conhecimentos, saberes e competências profissionais necessários ao exercício profissional e da cidadania, com base nos fundamentos científico-tecnológicos, sócio-histórico e culturais". (BRASIL, 2012).

Nessa concepção, a proposta político-pedagógica desses cursos contempla o emprego do uso da tecnologia no processo de aprendizagem. Um dos princípios norteadores da Educação Profissional Técnica orienta: "inciso III - trabalho assumido como princípio educativo, tendo sua integração com a ciência, a tecnologia e a cultura como base da proposta político-pedagógica e do desenvolvimento curricular" (BRASIL, 2012, p. 2).

O estreitamento entre teoria e prática é defendido no Inciso VI desse artigo, que ressalta a indissociabilidade entre teoria e prática no processo de ensino-aprendizagem. Ainda, reforçando a importância do uso de recursos alternativos que visam facilitar a compreensão de significados, o inciso VIII desse mesmo artigo preconiza que deve haver:

> contextualização, flexibilidade e interdisciplinaridade na utilização de estratégias educacionais favoráveis à compreensão de significados e à integração entre a teoria e a vivência da prática profissional, envolvendo as múltiplas dimensões do eixo tecnológico do curso e das ciências e tecnologias a ele vinculadas. (BRASIL, 2012, p. 2).

Dessa forma, os professores dos cursos de Educação Profissional Técnica de Nível Médio viabilizam com seus alunos propostas metodológicas que propiciem o desenvolvimento das habilidades preconizadas pelas Diretrizes, que trazem subsídios à construção de uma didática para o conteúdo dos números complexos, integrante da disciplina de Matemática, no interior do núcleo de conteúdos básicos do currículo dos cursos técnicos de nível médio na área de eletroeletrônica.

Espera-se que o estudante adquira habilidades relacionadas à competência do aprender a aprender, o que lhe permite ter autonomia cada vez maior em sua aprendizagem.

3.2. Análise do conteúdo números complexos em livros didáticos

O Livro Didático é um importante instrumento de apoio ao trabalho do professor e referência para a formação do estudante. Em muitos casos, especificamente no último ano do Ensino Médio, esse instrumento perde sua importância do ponto de vista dos professores que priorizam a demanda de preparação dos estudantes para os exames de ingresso às universidades, ou ainda por esse instrumento não atender à demanda de exercícios ou atividades com aplicações prática.

Segundo Oliveira (2011), por ser uma série que deixou de ser apenas a concluinte do Ensino Médio e passou a ter uma função preparatória para provas que permitem o ingresso a uma universidade ou ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o professor procura adequar o conteúdo às exigências dessas provas, utilizando outros recursos didáticos, tais como: apostilas, listas de exercícios, simulados, entre outros.

Com o objetivo de melhor entender esses livros didáticos e verificar o tratamento dado ao aprendizado dos números complexos, objeto desta pesquisa, optou-se por analisar três deles, ambos de volume específico da terceira série do Ensino Médio.

No processo de escolha dos livros, incluiu-se o livro adotado na turma pesquisada (Livro 3), isto é, o material didático dos sujeitos da Pesquisa que gerou esta Dissertação e consideraram-se também outros dois livros de volume 3 aprovados no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Tabela 1 - Livros didáticos selecionados para análise.

Livro	Título	Volume	Autores	Editora	Ano
1	*Matemática: ciência, linguagem e tecnologia.*	3	Jackson Ribeiro	Scipione	2010
2	*Matemática no ensino médio*	3	Márcio Cintra Goulart	Scipione	2008
3	*Conexões com a Matemática*	3	Juliane Matsubara Barroso	Moderna	2010

Fonte: o próprio autor.

Foram determinados alguns parâmetros para análise dos livros didáticos escolhidos, pelos seguintes questionamentos:

Q1 - O autor, durante o conteúdo, apresenta algum texto histórico ou relata algum fato histórico que venha a despertar no estudante um interesse sobre os números complexos?

Q2 - O autor, durante o conteúdo, apresenta alguma atividade relacionada a algum texto ou fato histórico referente aos números complexos?

Q3 - É enfatizado, na forma geométrica, que o eixo dos imaginários pode ser interpretado como um subconjunto dos números complexos?

Q4 - São apresentadas situações reais ou cotidianas para o estudo dos números complexos?

Q5 - O autor propõe atividades explorando a forma geométrica dos números complexos?

Q6 - Há alguma atividade de aplicação do conteúdo dos números complexos na área de eletroeletrônica?

Q7 - Há alguma atividade de aplicação do conteúdo dos números complexos diferentes das relacionadas em Q5 e Q6?

Q8 - Há alguma indicação de atividade a ser trabalhada em ambiente informatizado?

Q9 – O autor faz referência a algum *software* ou aplicativo para auxiliar na aprendizagem dos números complexos.

Após o estudo dos livros, obtiveram-se os seguintes dados:

Tabela 2 – Resultado da análise dos livros

Questões / Livro	Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9
1	Sim	Sim	Não	Sim	Sim	Sim	Não	Não	Não
2	Sim	Não	Não	Não	Sim	Sim	Não	Não	Não
3	Sim	Não	Não	Sim	Não	Sim	Não	Não	Não

Fonte: o próprio autor.

No quadro, as respostas “sim” foram dadas quando foi verificado que o autor atendeu às questões levantadas em todo conteúdo sobre os números complexos.

Percebeu-se que o enfoque maior sobre o estudo dos números complexos dado pelos autores é algébrico, sendo essa percepção ratificada pela predominância de exercícios de fixação de técnicas algébricas e que não há referência a tecnologias, especificamente, o *software*. (**Q8** e **Q9**).

Livro 1

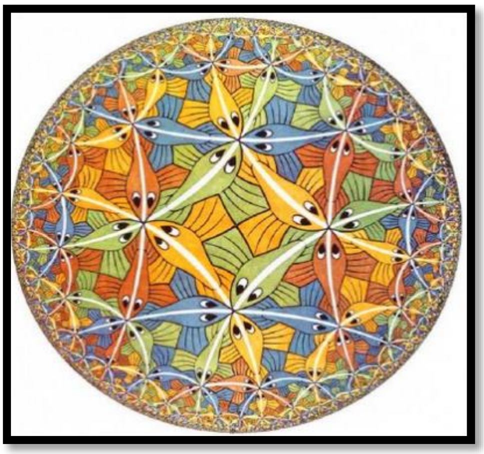
***Matemática: ciência, linguagem e tecnologia*: Ribeiro, J. (2010)**

No início do capítulo que trabalha o conteúdo dos números complexos ao longo da página 277, o autor faz uma breve introdução histórica comentando sobre a fórmula para resolução de equações cúbicas publicada no livro *Ars Magna* (A Grande Arte) de 1945 e, em forma de tirinhas, apresenta Girolamo Cardano (1501-1546) e Nicolo Fontana (1499-1557), **Q1**. Sobre essa breve introdução, o autor apresenta uma atividade com três perguntas dissertativas instigando o estudante a refletir sobre a importância do tema, **Q2**.

Na definição do conjunto dos números complexos, o autor utiliza a representação hierárquica geométrica de elipses concêntricas, mostrando a relação entre os subconjuntos dos números complexos, mas não evidencia o eixo dos imaginários como subconjunto de C, **Q3**.

Na página 304, é apresentada uma aplicação dos números complexos na arte, apresentando a obra “limite circular III, de Maurits Cornelis Escher, 1959”, em que é possível observar a rotação de determinados elementos, podendo ser essa rotação associada a operações envolvendo números complexos, **Q4**.

Figura 1- Limite circular III, de Maurits Cornelis Escher, 1959



Fonte: Livro 1, p. 304.

O autor apresenta, na página 307, uma demonstração de que, em um quadrilátero qualquer, os pontos médios de seus lados são os vértices de um paralelogramo. Através dessa demonstração, sugere uma atividade que reforça a ligação dos números complexos com a geometria, **Q5**.

Apesar de o autor não apresentar nenhuma atividade de aplicação direta do conteúdo dos números complexos à área de eletroeletrônica, é apresentada uma imagem ilustrativa e informativa sobre geração de energia elétrica, na página 309, possibilitando ao estudante fazer inferências sobre a aplicabilidade dos números complexos na análise da tensão alternada, **Q6**. Na página 312, em forma de texto, o autor apresenta uma atividade resolvida que possibilita ao aluno fazer inferências sobre o que ocorre, geometricamente, com um número complexo quando o mesmo é multiplicado pelo número i, **Q7**.

O autor não apresenta atividade a ser trabalhada em ambiente informatizado e não faz referência a nenhum *software* ou aplicativo para auxiliar na aprendizagem dos números complexos, **Q8, Q9**.

Livro 2

***Matemática no ensino médio*: Goulart, M. C. (2008)**

No início do capítulo que trata dos números complexos, da página 114 a 118, o autor apresenta um texto histórico citando as contribuições de Gerônimo Cardano (1501-1576), Rafael Bombelli (1526?-1573), Leonard Euler (1707-1783) e de Carl Friedrich Gauss (1777-1855) para o modo como se concebem os números complexos atualmente, mas não apresenta nenhuma atividade relacionada ao contexto histórico, **Q1, Q2**.

Apesar de não enfatizar o eixo dos imaginários como subconjunto dos números complexos, o autor apresenta, na página 123, a localização de pontos que têm a parte real nula, intitulados de imaginários puros, **Q3**.

O autor não apresenta situações reais ou cotidianas para o estudo dos números complexos, mas comenta, no final do contexto histórico na página 118, que "*os números complexos são úteis não somente na pesquisa matemática, mas também servem para propósitos práticos imediatos em problemas de grande variedade, na Física, na Engenharia*", **Q4**.

Apesar de não apresentar atividades com mais de um item envolvendo a representação geométrica dos números complexos, o autor disponibiliza vários exercícios resolvidos e vários exercícios a resolver, de forma isolada, envolvendo a interpretação geométrica dos números complexos. Um exemplo encontra-se na página 145, exercício 132, no qual se lê: "*Marque no plano complexo as raízes quinta da unidade imaginária", *Q5**.

Em relação às questões **Q6** e **Q7**, a única informação disponível encontra-se ao iniciar a teoria sobre a forma trigonométrica dos números complexos, na página 130, em que o autor diz: *"Em muitas questões, precisamos usar os números complexos na forma chamada trigonométrica, ou polar, importante também para as aplicações em física e na eletrotécnica".* Mas não foi encontrada nenhuma atividade ou exercício mostrando a aplicação dos números complexos na área de eletroeletrônica ou outra área do conhecimento.

O autor não apresenta atividade a ser trabalhada em ambiente informatizado e não faz referência a nenhum *software* ou aplicativo para auxiliar na aprendizagem dos números complexos, **Q8, Q9**.

Livro 3

***Conexões com a Matemática*: Barroso J. M. (2010)**

No início do capítulo que apresenta o conteúdo dos números complexos, nas páginas 170 e 171, a autora traz um breve resumo do contexto histórico de forma ilustrativa com imagens de Niccolo Tartaglia, Gerônimo Cardano, Raphael Bombelli, Leonard Euler e Carl Friederich Gauss. Na ordem citada, a autora apresenta uma linha do tempo com um breve resumo da contribuição que cada ilustre matemático deixou, **Q1**.

Não foi apresentada nenhuma atividade envolvendo o contexto histórico citado, **Q2.** Mas, na página 193, em uma atividade de autoavaliação, a autora apresenta um único exercício que remete ao contexto histórico. Nesse exercício, a autora indaga, dentro do contexto histórico, sobre qual grau de equação em que surgiram os números complexos.

A autora não enfatiza o eixo dos imaginários como subconjunto dos números complexos, mas apresenta, na página 173, um diagrama em forma de conjuntos que ilustra a relação de inclusão entre os conjuntos numéricos, **Q3**.

A autora apresenta alguns exercícios resolvidos utilizando a representação geométrica dos números complexos e exercícios de forma isolada nas páginas 181 e 193, que exploram a representação geométrica dos números complexos, **Q5**.

Apesar de não ser uma atividade, a autora apresenta dois exercícios, encontrados nas páginas 176 e 177, que ilustram aplicações dos números complexos em análise de circuitos elétricos, **Q6.**

Na página 193, é apresentado um exercício que possibilita ao estudante fazer inferências sobre o que ocorre, geometricamente, com um número complexo quando o mesmo é multiplicado pelo número i, **Q7**.

Não há atividade a ser trabalhada em ambiente informatizado e não se faz referência a nenhum *software* ou aplicativo para auxiliar na aprendizagem dos números complexos, **Q8, Q9**.

Destaca-se nesse livro, no final do capítulo que apresenta o conteúdo dos números complexos, na página 193, uma atividade (autoavaliação) de múltipla escolha com nove itens.

O estudante, após responder o questionário, é orientado a verificar o quadro a seguir com a seguinte orientação: "*Se você não acertou alguma questão, consulte o quadro e verifique o que precisa estudar novamente. Releia a teoria e refaça os exercícios correspondentes*".

Tabela 3 - Objetivos atingidos no capítulo dos números complexos

	Número da questão								
Objetivos do capítulo	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Compreender o conjunto dos números complexos do ponto de vista histórico.	X								
Ampliar a visão em relação aos conjuntos numéricos.		X	X						
Operar algébrica e geometricamente com números complexos.				X	X	X	X	X	
Aplicar os números complexos em diversas áreas do conhecimento.									X
Páginas do livro referente ao conceito	170 e 171	172 a 174	172 a 174	175 a 176	175 a 178	179 a 181	179 a 181	182 a 188	179 a 190

Fonte: Livro 3 - Conexões com a Matemática: Barroso J. M. (2010)

Ressalta-se a última questão da autoavaliação, item 9, que pede que o estudante marque a opção que preenche corretamente a frase: "*O produto (1 + i).i representa geometricamente uma* ____________ *em relação a (1 + i) de* ________*graus*." Ao errar essa questão, o estudante é orientado a reler a teoria e refazer os exercícios correspondentes das páginas 179 a 190 do livro. Contudo, não foram encontradas, nas páginas orientadas pela autora, aplicações dos números complexos em outras áreas do conhecimento.

4. ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES

Buscando um ensino no qual os alunos desenvolvam suas capacidades, trabalhando os conceitos matemáticos em outros contextos externos a essa ciência, foram elaboradas atividades sobre Números Complexos para o Ensino Médio e Ensino Médio Técnico. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), a Matemática é concebida pelo estudante como um conjunto de técnicas e estratégias a serem aplicadas em outras áreas do conhecimento. Diante disso, o conteúdo matemático citado foi estudado considerando-se definições, conceitos, propriedades, bem como as representações algébricas e, principalmente, geométricas.

O trabalho de pesquisa que originou esta dissertação consiste num Objeto de Aprendizagem denominado "Descomplicando os Complexos", composto por seis atividades, cujo principal objeto de estudo são os números complexos com aplicações na área de eletroeletrônica.

As atividades foram criadas com a finalidade de compor uma sequência didática, em ambiente informatizado, para explorar o estudo dos números complexos com aplicações básicas em análise de circuitos de corrente alternada. Para cada atividade, foi criado um questionário de múltipla escolha com quatro opções de resposta.

Para cada questionário, foi desenvolvida uma tela de animações construídas com o GeoGebra, tornando possível a representação geométrica e dinâmica das situações existentes nas atividades, para que o estudante possa fazer experimentos, testar conjecturas, fazer inferências e tomar decisões para responder o questionário.

Não é necessário, para manuseio das telas de animações, o conhecimento do software GeoGebra, pois as telas foram desenvolvidas de tal maneira que o estudante consiga manuseá-las utilizando somente o mouse do computador. Foram excluídas dos ambientes informatizados todas as ferramentas do GeoGebra que não são necessárias às atividades, evitando, assim, desvio do foco da atenção dos estudantes ou desconfiguração do ambiente informatizado que foi elaborado didaticamente para atender o questionário da atividade em questão.

As duas primeiras atividades têm como objetivo o ensino de todo conteúdo preconizado na grade curricular do Ensino Médio relacionado aos números complexos. Nessas duas atividades, não há aplicações do conteúdo na educação profissional técnica. Já nas quatro atividades seguintes, acontecem aplicações da teoria e operações envolvendo os números complexos na análise de circuitos elétricos, dessa forma, objetivou-se criar um Objeto de Aprendizagem que possa ser utilizado tanto no Ensino Médio, referente às duas primeiras atividades, como no Ensino Médio Técnico, quanto às outras quatro atividades.

A primeira atividade tem como principal objetivo aproveitar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação ao plano cartesiano para introduzir conceitos relacionados ao plano complexo, com foco na representação, comportamento e formas de representação de um número complexo no plano Argand Gauss.

A segunda atividade é dividida em duas partes: na primeira, enfatiza-se a representação em diagramas e no plano bidimensional quanto à relação de inclusão entre o conjunto dos números complexos, reais e imaginários. A segunda parte tem por finalidade estudar todas as operações envolvendo os números complexos, incluindo a potenciação e radiciação, sempre com foco nas representações geométricas.

A terceira atividade, já com aplicações no Ensino Técnico, utiliza circuitos elétricos com impedâncias conectadas em série e em paralelo explorando as operações soma, subtração, produto escalar de dois vetores e divisão com números complexos.

A quarta atividade utiliza um circuito RLC em série e, pelas variações dos elementos do circuito, exploraram-se as operações soma, subtração, produto escalar de dois vetores e divisão envolvendo os números complexos.

A quinta atividade utiliza um circuito RLC em série e paralelo, possibilitando elaborar situações diferentes envolvendo as operações mencionadas na quarta atividade.

A sexta atividade utiliza a representação dos elementos de um circuito em forma de fasores para explorar a representação geométrica dos números complexos.

Na elaboração das atividades, procurou-se contemplar os parâmetros que Zabala (1998) destaca como necessários para reconhecer a validade de uma sequência didática programada para desenvolver determinado conteúdo:

- permitir verificar os conhecimentos prévios que cada estudante tem em relação aos novos conteúdos de aprendizagem;
- propor conteúdos de forma funcional e significativa;
- estar adequadas ao nível de desenvolvimento dos alunos;
- representar um desafio alcançável no aluno;
- provocar um conflito cognitivo e promover a atividade mental;
- ser motivadoras em relação à aprendizagem de novos conteúdos;
- estimular a autoestima e o autoconceito em relação às aprendizagens que se propõem;
- ajudar o aluno a adquirir habilidades relacionadas com o aprender a aprender, contribuindo para que o aluno seja cada vez mais autônomo em suas aprendizagens.

Assim, as atividades produzidas objetivaram proporcionar aos estudantes, pela dinamicidade das representações geométricas e outros recursos informatizados, condições de atuarem como responsáveis por seu próprio processo de aprendizagem.

A seguir, são feitas descrições sobre o Objeto de Aprendizagem e sobre os softwares GeoGebra e Exelearning, utilizados na construção do OA.

4.1. O software GeoGebra.

Como a proposta de ensino das atividades desenvolvidas se baseia na aprendizagem dos números complexos com a utilização de um Objeto de Aprendizagem informatizado, utilizou-se um software que possibilitasse a representação algébrica e geométrica de forma dinâmica das operações envolvidas no conteúdo. Além de contemplar os requisitos citados, o software GeoGebra foi escolhido por ser um software de fácil manuseio e principalmente por ter acesso livre.

GeoGebra (aglutinação do prefixo de Geometria e do sufixo de Álgebra) é um aplicativo de matemática dinâmica que combina conceitos de geometria e álgebra em uma única tela. Sua distribuição é livre, nos termos da General Public License (GNU), e é escrito em linguagem Java, o que lhe permite estar disponível em várias plataformas. Ele foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, da Universidade de Salzburg, para a educação matemática nas escolas. Permite realizar construções tanto com pontos, pontos complexos, vetores, segmentos, retas, seções cônicas, quanto com funções que podem se modificar posteriormente de forma dinâmica. Equações e coordenadas podem estar interligadas diretamente pelo GeoGebra, assim o software tem a capacidade de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vetores e pontos, assim como também permite achar derivadas e integrais de Funções e oferece comandos, como raízes e extremos.

Outra funcionalidade importante do GeoGebra é a possibilidade de se criar um *apllet*, ou seja, a possibilidade de se programar alguma atividade e transformá-la em um aplicativo que pode ser acessado, entre outros, em navegadores de internet. O software foi utilizado para criar os aplicativos pré-programados utilizados em todas as atividades do OA. Com a utilização desses aplicativos, os estudantes terão condições de responder os questionários das atividades.

4.2. O software Exelearning

Exelearning ou *eXeLearning* é um editor de código aberto que permite a professores e a acadêmicos a publicação de conteúdos didáticos em suportes digitais sem necessidade de ser ou tornar-se especialista em HTML ou em XML. Os meios criados no *eXelearning* podem ser exportados em formato de pacotes de conteúdo IMS, SCORM 1.2[3] ou IMS Common Cartridge, ou como páginas HTML simples e independentes.

O *eXelearning* se desenvolveu graças à colaboração do fundo da Comissão do Governo da Nova Zelândia para o Ensino Superior e foi dirigido pela Universidade de Auckland, a Universidade de Tecnologia de Auckland e Politécnica de Tairawhiti. Mais tarde, foi apoiada pela CORE *Education*, uma organização filantrópica educativa na Nova Zelândia para a investigação e o desenvolvimento educacional[4].

Nesse software, foram estruturadas e organizadas todas as informações contidas no Objeto de Aprendizagem. Os ambientes informatizados das atividades foram construídos com o software GeoGebra, transformadas em aplicativos e exportadas para o software Exelearning. Dessa forma, o Objeto de Aprendizagem funciona sem a necessidade de estar conectado à

[3]SCORM *(Sharable Content Object Reference Model*: é uma coleção de padrões e especificações para e-learning baseado na web.

[4] Desenvolvedores do exelearning: http://exelearning.org/ (acesso em 16/10/2014)

internet, tornando-o, assim, em um dispositivo que pode ser utilizado em localidades sem acesso à rede mundial de computadores.

4.3. A Construção do OA

Os caminhos aqui relatados foram trilhados para elaboração do OA com base nas leituras realizadas e, a partir daí, chegou-se à conclusão de que um OA, para ser construído:

a) delimita um tema a ser trabalhado;

b) tem uma estratégia pedagógica envolvida;

c) tem uma equipe que compreenda a abordagem pedagógica e/ou a linguagem computacional;

d) escolhe uma linguagem computacional que atenda à proposta de aprendizagem;

e) passa por fases de desenvolvimento.

Desse modo, o tema foi delimitado: os números complexos com aplicações na área de eletroeletrônica. Percebeu-se, nas disciplinas de circuitos elétricos, que os números complexos são um conteúdo da matemática que facilita consideravelmente a análise de circuitos elétricos de corrente alternada.

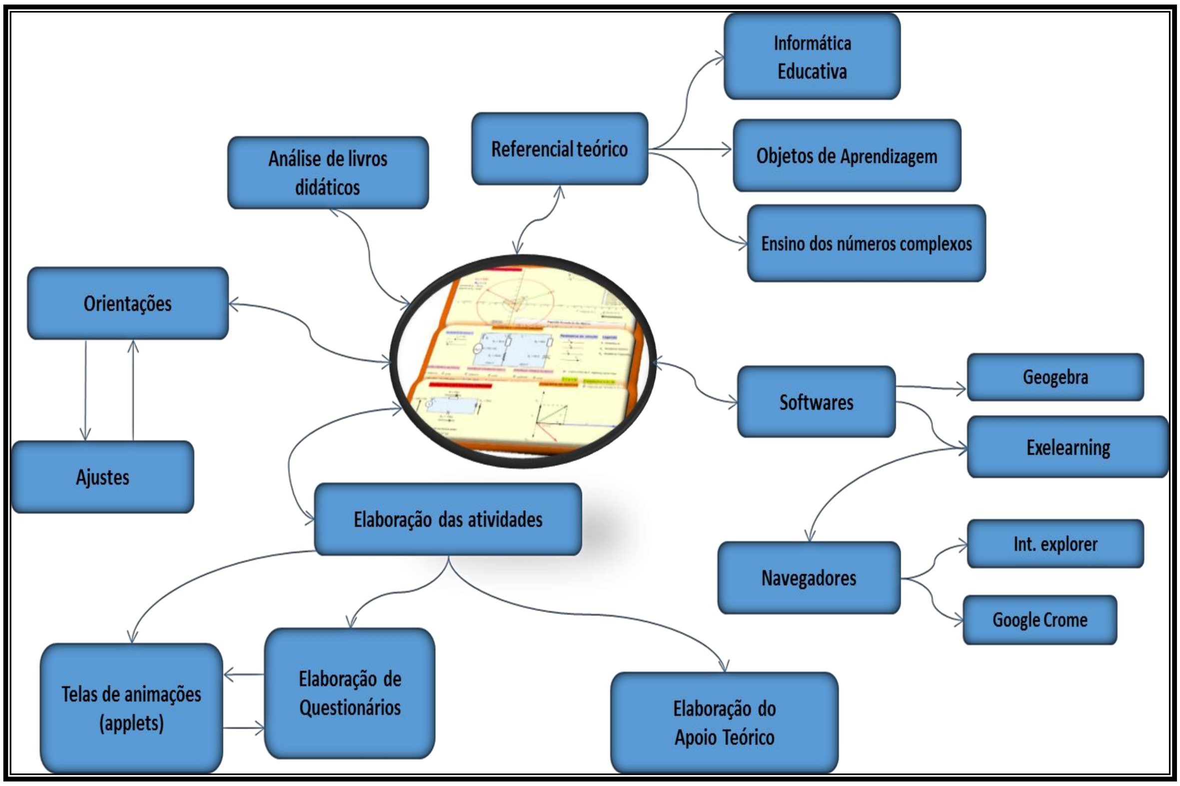
A escolha de uma estratégia didática, isto é, de modos de abordar e trabalhar o conteúdo, é uma das preocupações de equipes que desenvolvem OAs, como defendido por Borba e Penteado (2001), a fim de que os OAs contribuam para o aprendizado e não sejam somente um objeto computacional. Dessa forma, a estratégia adotada na estruturação do OA foi a elaboração de sequências didáticas.

Conforme Zabala, pode-se pensar como sequência didática "um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos, tanto pelos professores como pelos alunos" (ZABALA, 1998, p. 18).

A equipe envolvida na construção do OA se resume ao pesquisador, orientador e coorientadores. Ficando o pesquisador envolvido com aspecto didático e com a linguagem computacional, e o orientador e o coorientador envolvidos nas orientações tanto da elaboração teórica das atividades, quanto das animações relacionadas às mesmas. A linguagem computacional utilizada envolveu o uso dos softwares GeoGebra e ExeLearning. Nas fases de desenvolvimento em que se encontravam pesquisador e orientador, cada item das atividades já elaboradas era testado e revisado, as telas de animações eram colocadas à prova e, nesse momento, surgiam as sugestões e críticas relacionadas à didática utilizada, que contribuíram muito para o desenvolvimento do OA.

Apresenta-se, na figura a seguir, o mapa conceitual que representa os caminhos trilhados durante o processo de construção do referido OA denominado "Descomplicando os Complexos".

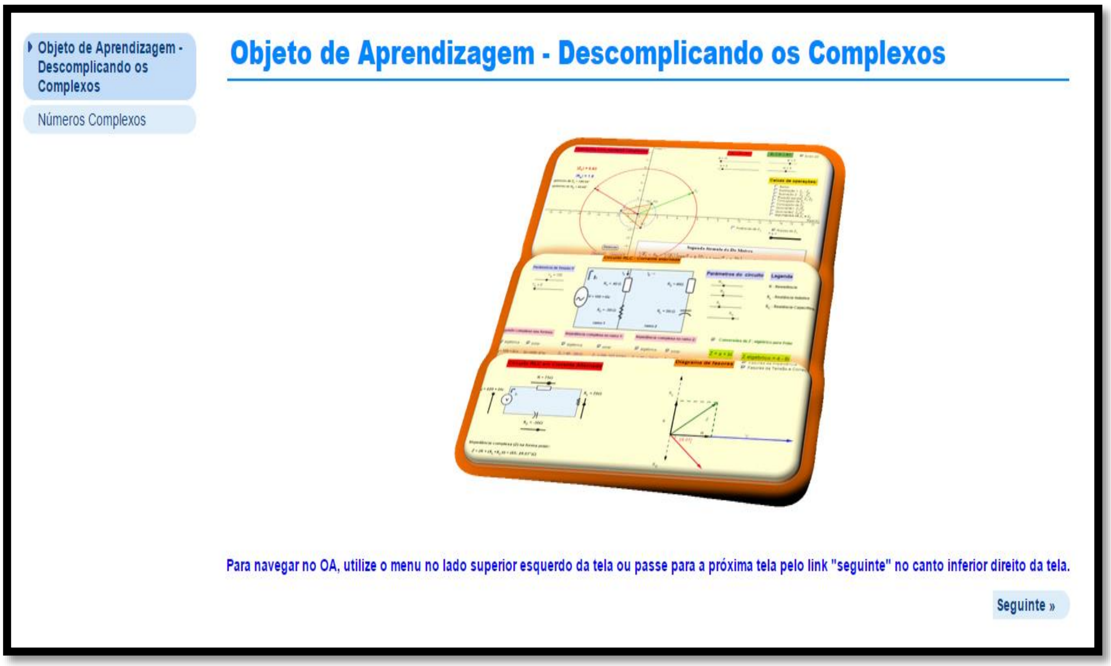
Figura 2 - Mapa conceitual da construção do OA.



Fonte: próprio autor

A figura a seguir mostra a tela inicial do OA Descomplicando os Complexos. O canto esquerdo da tela é reservado para visualização do diagrama de navegação. Clicando com o *mouse* no link "números complexos", o diagrama se expande mostrando os *links* de acesso às seis atividades que compõem este Objeto.

Figura 3 - Tela inicial do OA Descomplicando os Complexos



Fonte: próprio autor

Para cada uma das seis atividades que compõem o OA, foram desenvolvidas telas de animações no GeoGebra que ilustram as situações apresentadas em cada item das atividades. Dessa forma, o principal objetivo das telas de animações é dinamizar as representações geométricas relativas aos itens das atividades. Além das telas de animações, foram desenvolvidos links intitulados de “Apoio teórico” que fornecem o embasamento teórico do conteúdo relacionado a cada atividade.

Quando o estudante marca uma opção errada, automaticamente uma mensagem aparece na tela dizendo que a opção está errada e o estudante é orientado, de acordo com o item da atividade, a seguir por outro caminho ou utilizar o apoio teórico disponível para a atividade em questão.

Assim, as atividades produzidas objetivaram proporcionar aos estudantes, pela dinamicidade das representações geométricas e outros recursos informatizados de apoio teórico, condições de atuarem como responsáveis em seu processo de aprendizagem.

Procurou-se envolver nas atividades um cenário que explorou questões da própria Matemática (números complexos) e também questões de aplicações na disciplina de circuitos elétricos, ou seja, um contexto interdisciplinar.

Quando se trata de interdisciplinaridade, refere-se, de algum modo, a uma espécie de interação entre as disciplinas ou áreas do saber. De acordo com a concepção dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), entende-se que:

> Na perspectiva escolar, a interdisciplinaridade não tem a pretensão de criar novas disciplinas ou saberes, mas de utilizar os conhecimentos de várias disciplinas para resolver um problema concreto ou compreender um fenômeno sob diferentes pontos de vista. Em suma, a interdisciplinaridade tem uma função instrumental. Trata-se de recorrer a um saber útil e utilizável para responder às questões e aos problemas sociais contemporâneos. (BRASIL, 2002, p.34-36)

4.4. As atividades

Cada atividade é composta de um questionário de múltipla escolha e *links* que direcionam o estudante para o conteúdo teórico intitulado de "Apoio teórico" pertinente à atividade em questão. O objetivo foi o desenvolvimento de um OA que proporcionasse ao estudante um aprendizado para autonomia. Optou-se por elaborar as atividades com questionários de múltipla escolha, dessa maneira, foi possível desenvolver mensagens com *feedbacks* dando retorno instantâneo ao estudante, quanto ao sucesso ou insucesso, ao optar por uma das quatro opções de resposta de cada item do questionário das seis atividades. No caso de insucesso, o estudante recebe o *feedback com* orientação pedagógica que deve ser seguida antes do tentar novamente.

4.4.1. ATIVIDADE 1 – Introdução aos números complexos

OBJETIVOS

- Introduzir conceitos básicos da representação no plano complexo da unidade imaginária, unidade real, módulo e argumento.
- Representar as formas cartesiana (par ordenado), algébrica e polar de um número complexo.
- Proporcionar forma dinâmica da representação de um número complexo no plano.
- Possibilitar, usando a dinamicidade do objeto, a correlação entre as formas de representação algébrica e polar de um número complexo.

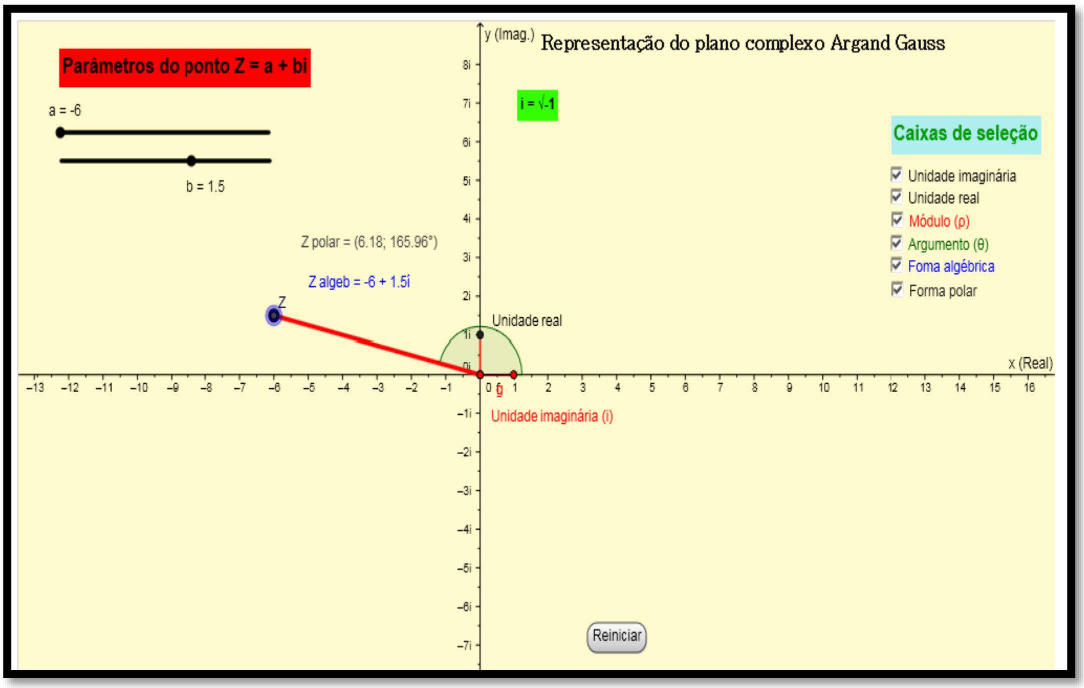
METODOLOGIA

A dinamicidade algébrica e geométrica que o ambiente informatizado da primeira atividade proporciona, somado à disponibilidade de material teórico pertinente ao tema, conduz o estudante à compreensão dos conceitos básicos de um número complexo, como a representação geométrica da unidade imaginária e real no plano complexo (Argand Gauss), suas formas de representação como par ordenado, forma algébrica e forma polar.

DESENVOLVIMENTO

O ambiente informatizado representado a seguir foi desenvolvido para auxiliar o estudante a responder um questionário de múltipla escolha com cinco itens.

Figura 4 - Ambiente informatizado do OA – Primeira atividade



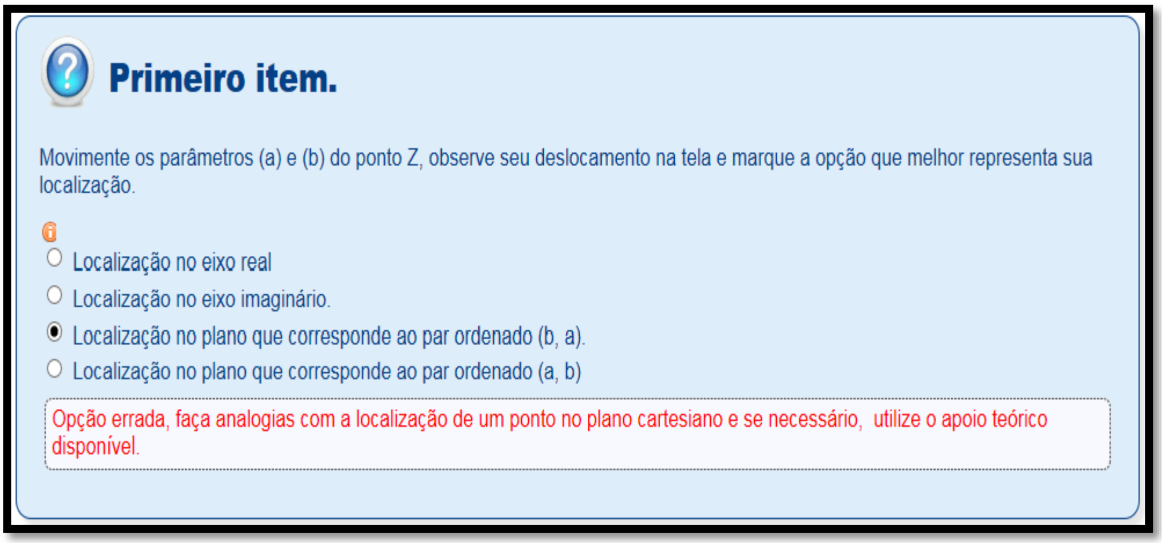
Fonte: próprio autor

O ambiente informatizado destinado à primeira atividade proporciona condições geométricas controladas pelos parâmetros **a** e **b** de um ponto complexo **Z = a +bi** para facilitar o entendimento e representar as semelhanças entre o plano de coordenadas cartesianas e o plano complexo Argand Gauss.

No canto superior direito da tela estão disponibilizadas “caixas de seleção” que servem para habilitar ou desabilitar informações relativas ao ponto complexo Z. Habilitando essas caixas de seleção, o estudante consegue visualizar na tela a representação geométrica da unidade imaginária, da unidade real, a representação geométrica do módulo e argumento do ponto Z e as formas de representação algébrica e polar do ponto complexo Z.

Representa-se a seguir o primeiro item da primeira atividade. Nessa situação, foi marcada uma opção errada e o OA forneceu o *feedback* ao estudante.

Figura 5- Primeiro item da 1º atividade.



Fonte: Próprio autor

Espera-se com o primeiro item dessa atividade que o estudante faça analogias entre o conhecimento prévio relacionado ao plano cartesiano para compreender a localização de um ponto no plano complexo (Argand Gauss). Utilizando o mesmo ambiente informatizado, o questionário da primeira atividade é composto por mais quatro itens a fim de atender os objetivos da atividade.

4.4.2. ATIVIDADE 2 - Operações com números complexos

OBJETIVOS

- Ampliar a visão em relação aos conjuntos numéricos.
- Operar algébrica e geometricamente com números complexos.
- Identificar geometricamente que o vetor soma pode ser representado pela diagonal do paralelogramo formado pelos vetores Z_1 e Z_2 como sendo dois lados consecutivos.
- Verificar algébrica e geometricamente que vetor produto tem módulo igual ao produto dos módulos de Z_1 e Z_2 e que o argumento do vetor produto é igual à soma dos argumentos de Z_1 e Z_2.

- Verificar algébrica e geometricamente que o vetor quociente tem módulo igual ao quociente dos módulos de Z_1 e Z_2 e que o argumento do vetor quociente é igual à diferença dos argumentos de Z_1 e Z_2.
- Com foco nas futuras aplicações, verificar geometricamente que a potência da unidade imaginária (i) serve como um operador útil para rotacionar um vetor em 90º no sentido anti-horário.
- Identificar que há relações entre os módulos e argumentos de Z_1 e suas raízes.
- Identificar as relações existentes entre o módulo de Z_1 e o módulo de suas raízes.

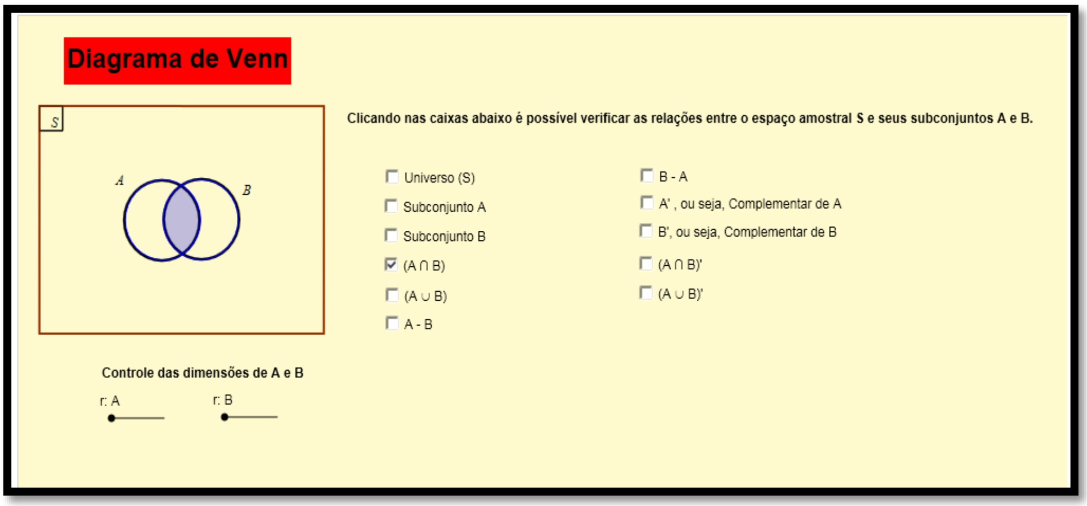
METODOLOGIA

A dinamicidade algébrica e geométrica que os ambientes informatizados da segunda atividade proporcionam e a disponibilidade de material teórico pertinente ao tema conduzem o estudante ao aprendizado através do comportamento geométrico dos vetores envolvendo as operações de soma, subtração, produto escalar de dois vetores, divisão, potenciação e radiciação de números complexos.

Devido aos anseios didáticos da atividade 2, houve a necessidade do desenvolvimento de dois ambientes informatizados, ambos construídos com o GeoGebra. Sendo assim, a atividade dois foi dividida em duas partes.

DESENVOLVIMENTO

Figura 6 - Ambiente informatizado do OA – 1ª parte da Segunda Atividade

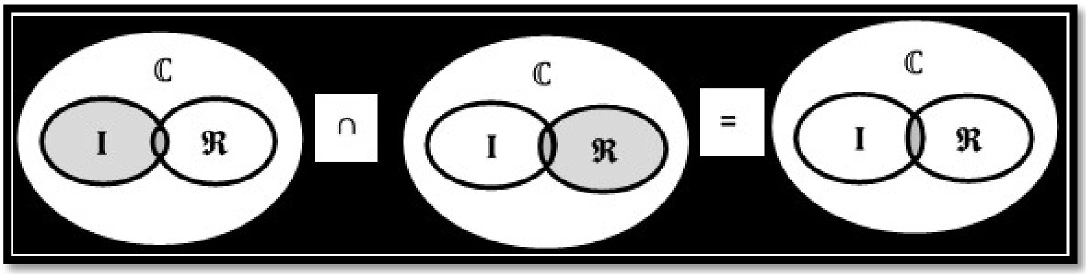


Fonte: Próprio autor

Com o objetivo de elucidar a relação de inclusão entre o conjunto dos números complexos, números imaginários e números reais, utilizou-se o ambiente informatizado representado na figura 5 (Diagrama de Venn) e, como exemplo, foram utilizadas duas formas de representação (diagrama e plano bidimensional), conforme figura a seguir, da relação **(C ∩ I) ∩R={0},** em que:

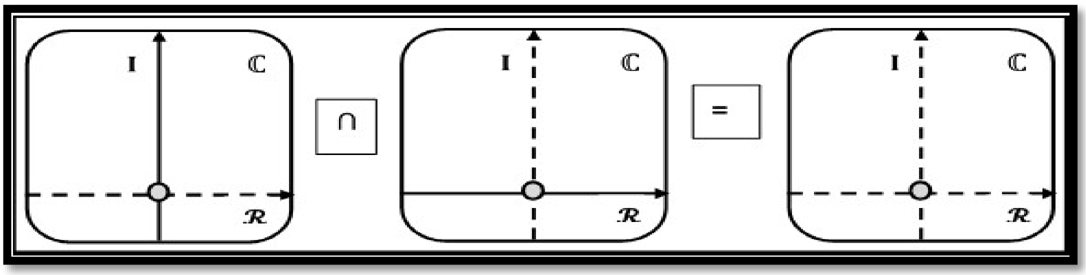
C = Números complexos, **I** = Números imaginários, **R** =Números reais.

Figura 7 - Representação em diagramas



Fonte: Próprio autor

Figura 8 - Representação no plano bidimensional



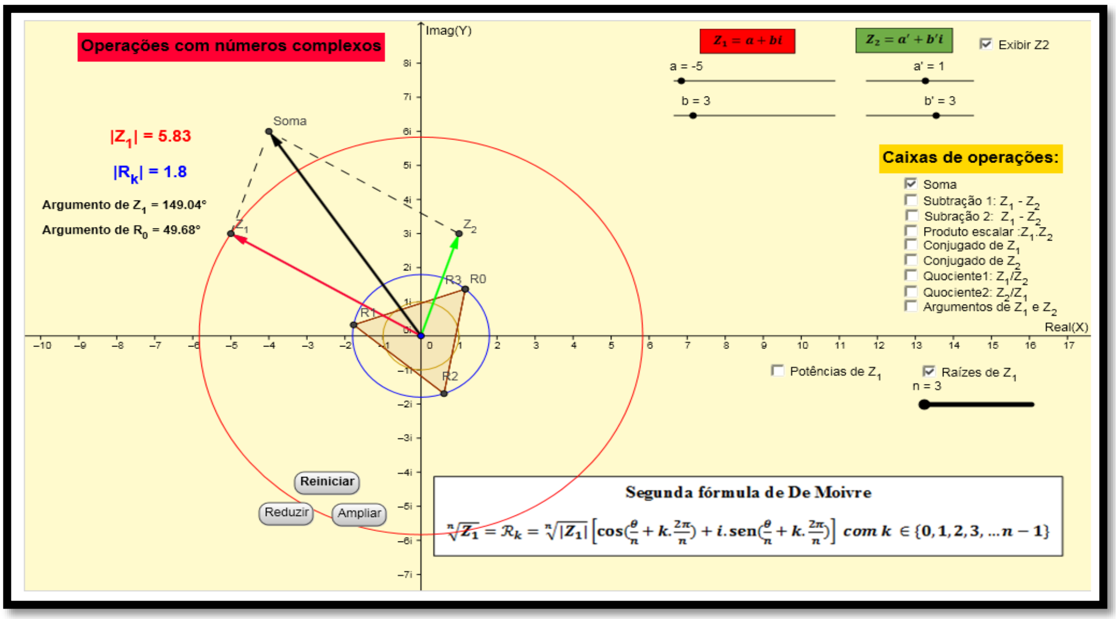
Fonte: Próprio autor

A primeira parte da Segunda Atividade consiste em um questionário de seis itens de múltipla escolha. Em três itens, o estudante tem que encontrar a relação de inclusão que representa a ilustração de um determinado diagrama e, nos outros três itens, encontrar a relação que representa a ilustração de um determinado plano envolvendo o conjunto dos números complexos e números reais.

Nessa primeira parte da segunda atividade, espera-se que o estudante possa conceber, pela representação em diagramas e no plano bidimensional, a relação de inclusão entre os conjuntos numéricos.

Na segunda parte da segunda atividade, com foco nas operações entre números complexos, espera-se, pela dinamicidade algébrica e geométrica proporcionada pelo Ambiente Informatizado, ilustrado na figura a seguir, que os estudantes possam responder um questionário de múltipla escolha de seis itens:

Figura 9 - Ambiente informatizado do OA – 2ª parte da Segunda Atividade



Fonte: Próprio autor

Representa-se a seguir o quinto item do segundo questionário da Atividade. Nessa situação, foi marcada a opção correta e o OA forneceu o *feedback* ao estudante.

Figura 10- Quinto item da 2º parte da Segunda Atividade

Quinto item.

Habilitando a caixa "Potências de Z_1" aparecerá na tela uma barra de controle deslizante que serve para alterar o valor do expoente **n** e uma imagem com a primeira fórmula de De Moivre e ao mesmo tempo a representação vetorial da potência de Z_1 que pode ser modificada quando se altera os parâmetros do ponto Z_1 ou o expoente n'.

Observando a fórmula e o comportamento geométrico do vetor "Potência de Z_1" quando altera suas variáveis, fica evidente que o módulo do vetor "Potência de Z_1" equivale ao módulo de Z_1 elevado ao expoente n e o argumento da "Potência de Z_1" equivale ao argumento de Z_1 **n'** vezes. Utilizando os recursos disponíveis na tela, qual das alternativas abaixo explica o comportamento geométrico quando elevamos a unidade imaginária (i) a um expoente natural **n'**.

- ○ a) O vetor unitário ganha uma rotação de 90º no sentido horário a cada alteração unitária e positiva do expoente n'.
- ○ b) O vetor unitário ganha uma rotação de 180º no sentido anti-horário a cada alteração unitária e positiva do expoente n'.
- ○ c) O vetor unitário ganha uma rotação de 180º no sentido horário a cada alteração unitária e positiva do expoente n'.
- ◉ d) O vetor unitário ganha uma rotação de 90º no sentido anti-horário a cada alteração unitária e positiva do expoente n'.

Parabéns! Continue assim.

Fonte: Próprio autor

O objetivo desse item é que o estudante entenda o comportamento geométrico do vetor que representa a potência de um número complexo pela dinamicidade proporcionada pelas ferramentas desenvolvidas no ambiente informatizado dessa atividade.

Ao seguir o roteiro do enunciado desse item, o estudante consegue visualizar a primeira fórmula de De Moivre: $\mathrm{Z^n} = |\mathrm{Z}|^{\mathrm{n}}[\cos(\mathrm{n}\theta) + \mathrm{i}\,.\,\mathrm{sen}(\mathrm{n}\theta)]$, enquanto altera o expoente **n** e os parâmetros **a** e **b** do número complexo $Z = a + bi$.

Espera-se que o estudante perceba que o vetor que representa a potência de base unitária ganha uma rotação de 90º no sentido anti-horário a cada alteração unitária e positiva do expoente **n** e que esse comportamento pode funcionar como um operador útil em outras áreas do conhecimento.

4.4.3. ATIVIDADE 3 – Aplicação dos números complexos na associação de impedâncias.

OBJETIVOS

Todas as operações matemáticas envolvidas na resolução da Atividade 3 foram abordadas na Segunda Atividade: soma, subtração, produto escalar vetorial, divisão. O objetivo desta atividade está na aplicação.

METODOLOGIA

A Terceira Atividade, assim com as demais atividades (4ª, 5ª e 6ª) do Objeto de Aprendizagem, são de aplicações em análise de circuitos de corrente alternada.

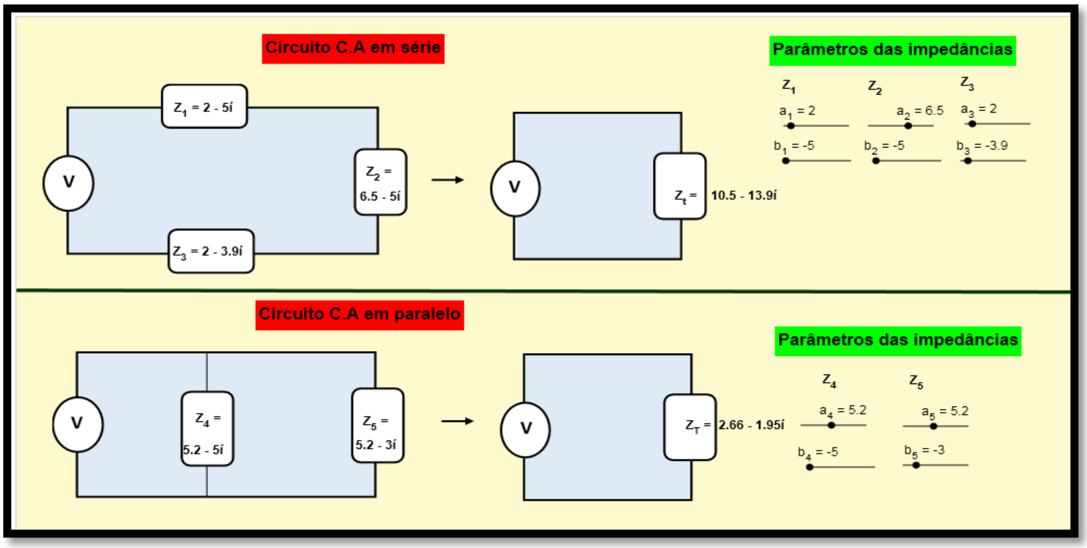
Nos ambientes informatizados dessas atividades, tomou-se o cuidado de não desenvolver circuitos com muitos elementos, evitando-se, assim, o aumento do grau de dificuldade relacionado ao conteúdo da disciplina de análise de circuitos. Isso se faz porque um dos objetivos do OA á auxiliar estudantes de Matemática na aprendizagem dos números complexos, e as aplicações servem para a criação de significado de um conteúdo pouco contextualizado e aplicado conforme constatado em livros didáticos.

Foi desenvolvido um questionário para ser respondido pela observação sobre o que ocorre com a impedância total equivalente (Z_T) quando são feitas alterações nos parâmetros das impedâncias dos circuitos do ambiente informatizado.

DESENVOLVIMENTO

Cada elemento **Z** do circuito é representado por um número complexo, e essa condição, juntamente com a omissão proposital da relação de equivalência, proporciona condições para os estudantes responderem um questionário envolvendo as operações de adição e subtração entre números complexos. A figura a seguir representa o ambiente informatizado da Terceira Atividade.

Figura 11 - Ambiente informatizado do OA – Terceira Atividade.



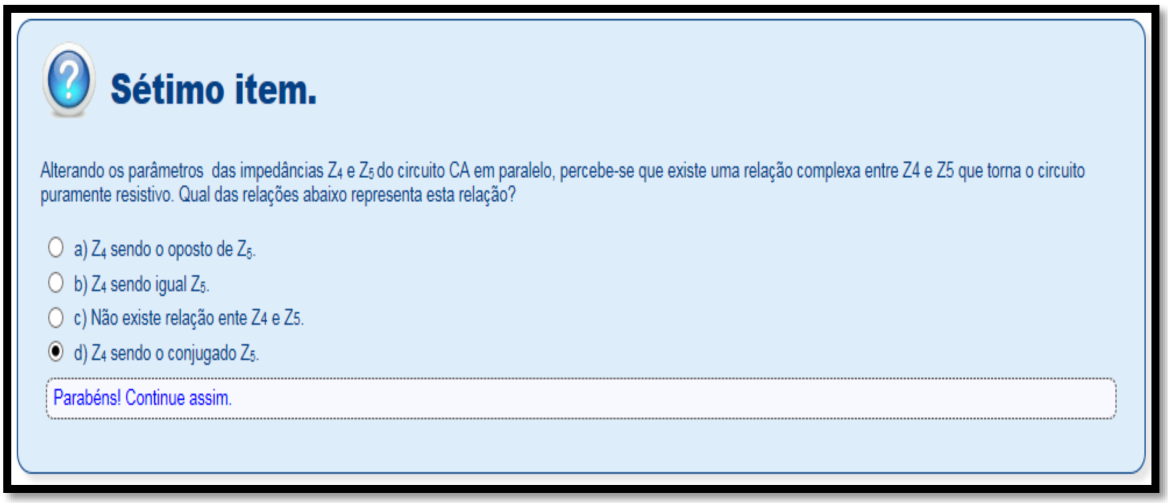
Fonte: Próprio autor

O ambiente informatizado da Terceira Atividade representa um circuito em série e um circuito em paralelo em que seus elementos são impedâncias[5] (Z) controladas por parâmetros (**a** e **b**) localizados no canto direito da tela. O circuito menor, que representa o circuito equivalente, tem a impedância (Z_T) alterada à medida que se alteram os parâmetros.

O questionário relativo à Terceira Atividade foi elaborado com sete itens de múltipla escolha. Representa-se a seguir o sétimo item dessa atividade. Nessa situação foi marcada a opção correta e o OA forneceu o *feedback* ao estudante.

[5] Impedância: é um elemento de circuito de corrente alternada que pode ser composto por Resistência, Indutância e Capacitância (RLC).

Figura 12 - Quinto item da Terceira Atividade.



Fonte: Atividade 3 do OA Descomplicando os complexos.

O conhecimento específico de circuito elétrico exigido nesse item é que um circuito CA é puramente resistivo quando o coeficiente que representa a parte imaginária da impedância equivalente (Z_T) seja nulo (zero).

Espera-se que o estudante simule e verifique a relação que cada alternativa tem com o enunciado. Como a condição para que o circuito seja puramente resistivo depende da nulidade do coeficiente da parte imaginária da impedância equivalente (Z_t), o estudante perceberá que essa condição acontece quando Z_4 for o conjugado de Z_5.

4.4.4. ATIVIDADE 4 - Aplicação dos números complexos na análise de circuitos RLC em série.

OBJETIVOS

Todas as operações matemáticas envolvidas na resolução da Quarta Atividade foram abordadas na Segunda Atividade: soma, subtração, produto escalar de dois vetores e divisão. O objetivo dessa atividade está na aplicação.

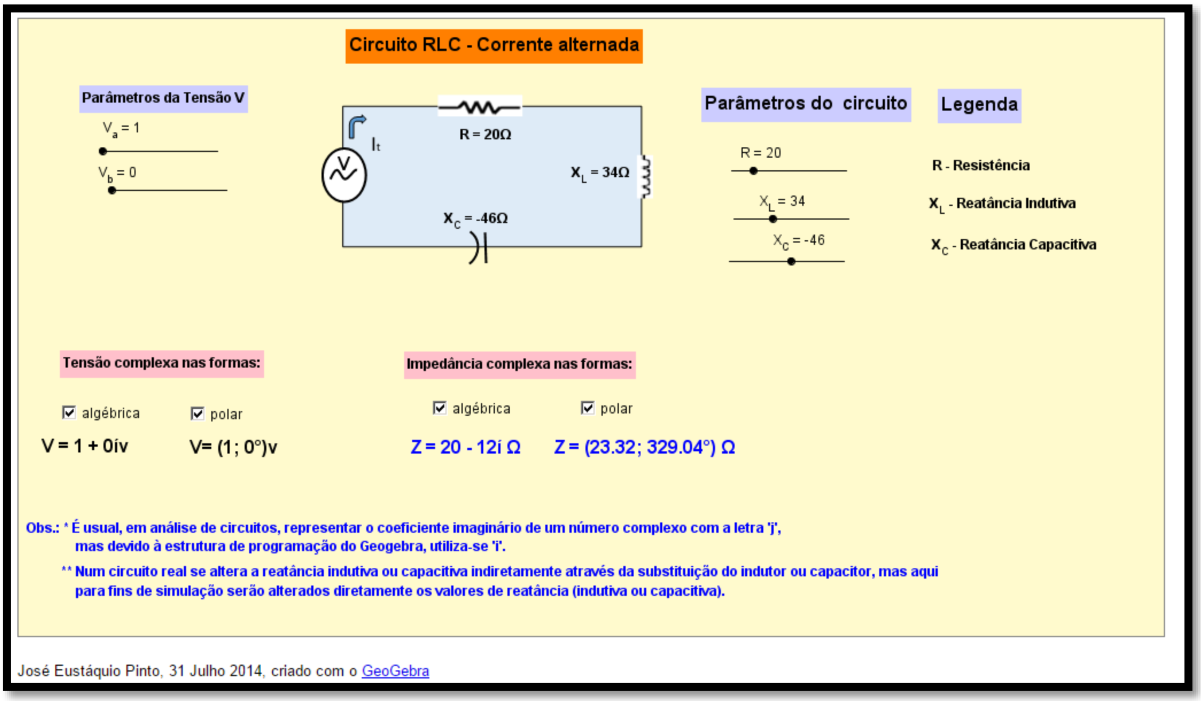
METODOLOGIA

Foi desenvolvido um questionário para ser respondido pela observação sobre o que ocorre com a impedância (Z) e a corrente (i) do circuito, quando são feitas alterações nos parâmetros da impedância.

DESENVOLVIMENTO

A figura a seguir representa o ambiente informatizado da Quarta Atividade.

Figura 13 - Ambiente informatizado do OA – Quarta Atividade.

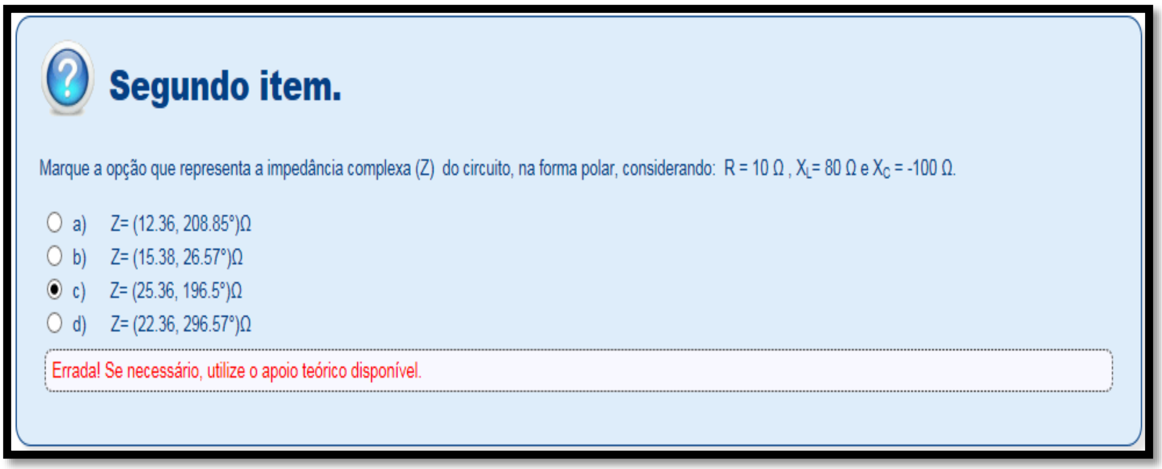


Fonte: Próprio autor

Nesse ambiente, está representado um circuito RLC em série em que a impedância não foi representada como na Terceira Atividade. Nele é apresentado um circuito CA (corrente alternada), em série, com parâmetros para se alterar os elementos R, L e C que representam, respectivamente, a Resistência, Indutância e Capacitância do circuito.

No canto superior esquerdo do ambiente informatizado da Atividade, localizam-se os parâmetros para alterar a tensão (V) do circuito, e as caixas de seleção localizadas na parte inferior da tela possibilitam a visualização da tensão e da impedância nas formas polar e algébrica. Representa-se a seguir o segundo item da Quarta Atividade. Nessa situação foi marcada uma opção errada e o OA forneceu o *feedback* ao estudante.

Figura 14 - Segundo item da Quarta Atividade.



Fonte: Quarta Atividade do OA Descomplicando os complexos.

No segundo item desta Atividade, espera-se que o estudante utilize as ferramentas disponíveis no ambiente informatizado e configure os parâmetros conforme o enunciado para encontrar os valores representados na alternativa **d**.

O conhecimento específico exigido neste item implica que o estudante saiba que a impedância complexa (Z) é constituída com a Resistencia (R), sendo o coeficiente da parte real, e a soma algébrica da Reatância Capacitiva (XC) com a Reatância Indutiva (XL) representam o coeficiente da parte imaginária da impedância complexa.

4.4.5. ATIVIDADE 5 - Aplicação dos números complexos na análise de circuitos RLC em paralelo.

OBJETIVOS

Todas as operações matemáticas envolvidas na resolução da Quinta Atividade foram abordadas na Segunda Atividade: soma, subtração, produto escalar de dois vetores, divisão. O objetivo da Atividade está na aplicação.

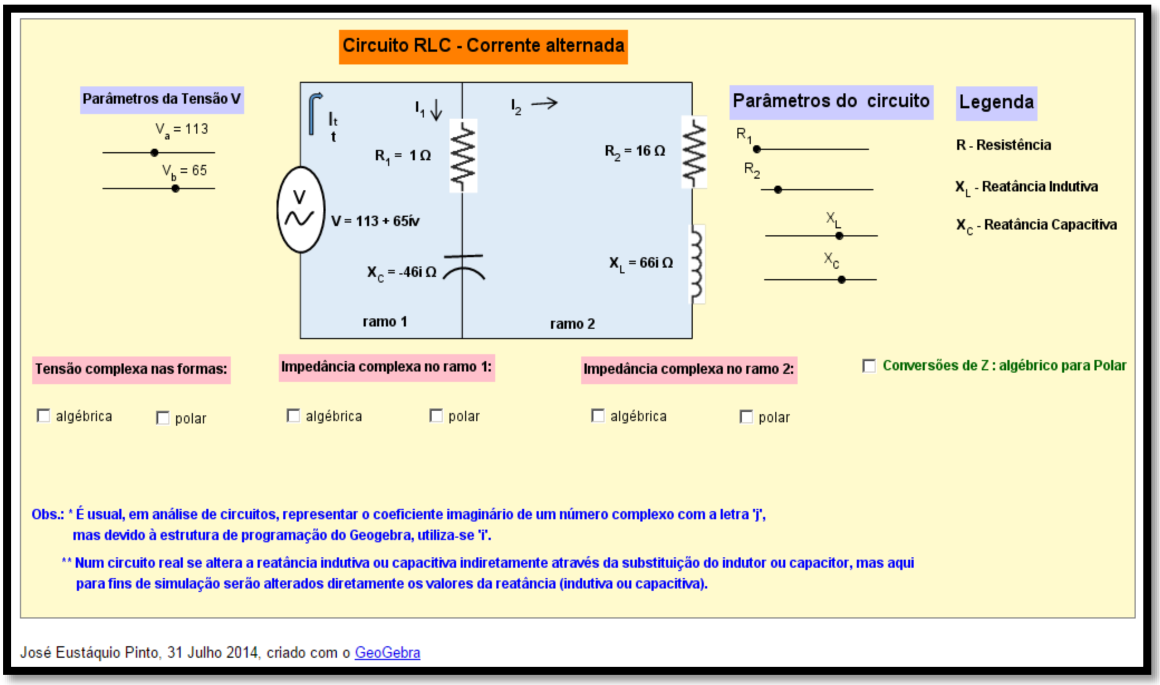
METODOLOGIA

Foi desenvolvido um questionário para ser respondido com a observação sobre o que ocorre com a impedância (Z) e a corrente (i) em cada ramo do circuito do circuito quando são feitas alterações nos parâmetros da impedância e da tensão (V) do circuito.

DESENVOLVIMENTO

No ambiente informatizado da Quinta Atividade está representado um circuito RLC de corrente alternada em paralelo com existência de elementos de impedância em cada um dos dois ramos representados no circuito. No canto superior direito desse ambiente informatizado, localizam-se os parâmetros para alteração nos elementos R, L e C que representam, respectivamente, a Resistência, Indutância e Capacitância do circuito. O ambiente, ilustrado a seguir, foi desenvolvido para auxiliar na resolução do questionário de múltipla escolha com seis itens.

Figura 15 - Ambiente informatizado do OA – Quinta Atividade.

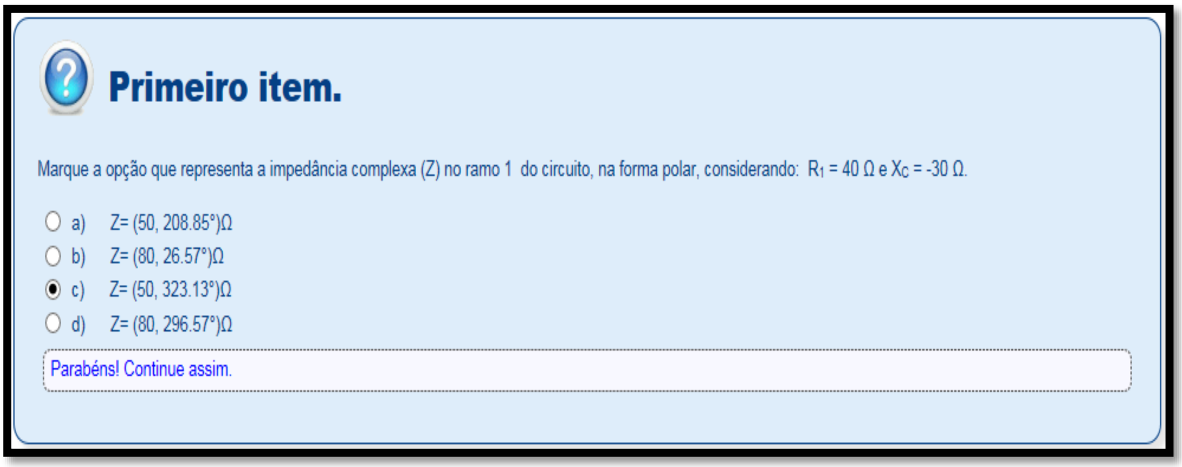


Fonte: Próprio autor

No canto superior esquerdo do ambiente informatizado da Atividade, localizam-se os parâmetros para se alterar a tensão (V) do circuito e abaixo do circuito localizam-se as caixas que possibilitam a visualização da tensão e da impedância nas formas polar e algébrica.

Devido à necessidade algébrica que demanda alguns itens dessa Atividade, foi desenvolvida uma caixa de seleção, localizada no canto inferior direito da tela, que possibilita fazer a conversão de um número complexo da forma algébrica para a forma polar. Representa-se, a seguir, o primeiro item da Quinta Atividade. Nesta situação, foi marcada a opção correta e o OA forneceu o *feedback* ao estudante.

Figura 16 - Primeiro item da Quinta Atividade.



Fonte: Próprio autor

O objetivo do primeiro item da Atividade é que o estudante utilize as ferramentas de configuração e visualização do ambiente informatizado e consiga extrair a informação de que a alternativa de reposta (c) é a alternativa que representa, na forma polar, a impedância complexa do ramo 1 do circuito representado na tela.

4.4.6. ATIVIDADE 6 - Aplicação dos números complexos na análise de circuitos RLC com representação fasorial.

OBJETIVOS

Todas as operações matemáticas envolvidas na resolução da Sexta Atividade foram abordadas na Segunda Atividade: soma, subtração, produto escalar de dois vetores, divisão. O objetivo da Atividade está na aplicação e representação do fasores.

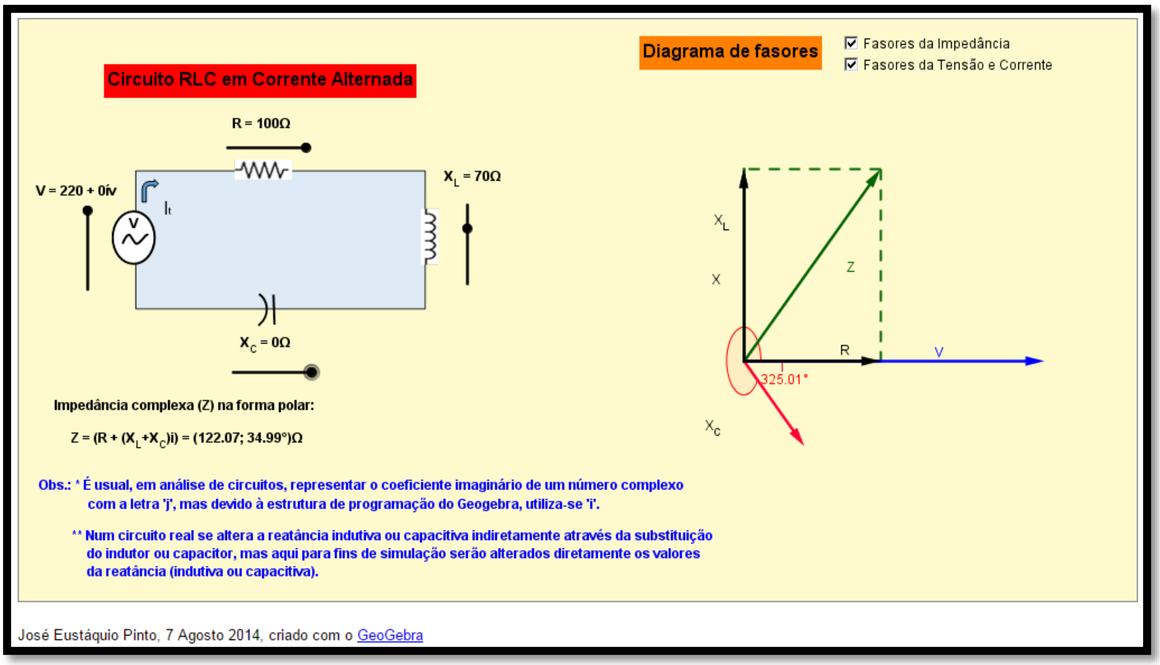
METODOLOGIA

Foi desenvolvido um questionário para ser respondido com a observação sobre o que ocorre com os fasores que representam impedância (Z), a tensão (V) e a corrente (i) quando são feitas alterações nos parâmetros dos elementos do circuito.

DESENVOLVIMENTO

A figura a seguir representa o ambiente informatizado da Sexta Atividade.

Figura 17 - Ambiente informatizado do OA – Sexta Atividade.



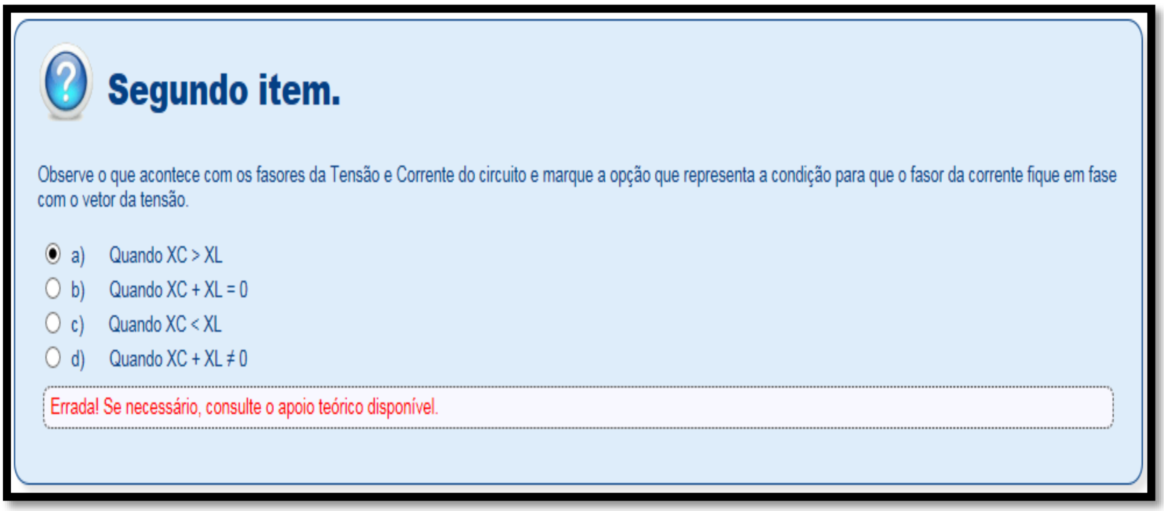
Fonte: Próprio autor

No ambiente informatizado da Sexta Atividade está representado um circuito RLC de corrente alternada em série com a existência de parâmetros que alteram os elementos de impedância e a tensão (V) do circuito. No lado direito da tela, localiza-se um diagrama que representa os fasores que foram programados para serem modificados, quando se alteram os parâmetros do circuito.

No canto superior direito da tela, localizam-se caixas de seleção que possibilitam a visualização dos fasores separadamente, conforme necessidade do item da Atividade, podendo ser visualizados separadamente os fasores que representam a impedância ou os fasores que representam a tensão e a corrente do circuito, com o objetivo de despoluir a tela para facilitar o entendimento.

O ambiente informatizado da Sexta Atividade foi desenvolvido para auxiliar na resolução do questionário de múltipla escolha com seis itens. Representa-se a seguir o quinto item da Atividade. Nessa situação, foi marcada a opção certa e o OA forneceu o *feedback* ao estudante.

Figura 18 - Segundo item da Sexta Atividade.



Fonte: Próprio autor

Espera-se, no segundo item da Atividade, que o estudante observe a representação dos fasores da tensão (V) e corrente (I) e entenda, através da dinamicidade geométrica desses fasores, que a condição: XL + XC = 0 é necessária para que a corrente fique em fase com a tensão, ou seja, ambos os fasores representados numa mesma direção e sentido, nesse caso, sobre o eixo real.

Foi mostrado e comentado neste capítulo apenas um item do questionário de cada atividade. Os questionários completos de cada uma das seis atividades estão disponíveis no Apêndice desta Dissertação.

5. APLICAÇÃO E ANÁLISE DAS ATIVIDADES

Para tratar os dados coletados na aplicação das atividades, utilizou-se a análise de erros como metodologia de investigação e avaliação. Para Cury (2013), o trabalho investigativo sobre as respostas pode levar em conta, em um primeiro momento, a tarefa inicial de correção, mas é necessário ter um objetivo na pesquisa, levantando questões que possam ser investigadas. (CURY, 2013, p. 65).

Apesar da total informatização das atividades e da disponibilidade de recursos informatizados de interação entre o estudante e o Objeto de Aprendizagem, utilizou-se nesta Pesquisa a abordagem qualitativa com a observação participante.

Cury (2013) defende a ideia de que a análise de erros é uma abordagem de pesquisa e também uma metodologia de ensino, se for empregada em sala de aula com o objetivo de levar os alunos a questionarem suas próprias soluções.

Todas as atividades foram elaboradas com questionários de múltipla escolha com a padronização de quatro opções de resposta para cada item, sendo uma delas a opção correta. Para cada alternativa incorreta marcada pelo estudante pesquisado, uma mensagem aparece na tela. Se a resposta for a correta, aparece na tela a mensagem “Parabéns! Continue assim.”. Se a resposta for incorreta, aparece na tela uma mensagem de orientação sugerindo ao estudante explorar as ferramentas do OA para tentar novamente. Dessa maneira, o estudante sempre encontra a resposta correta em, no máximo, quatro tentativas.

Acertando na primeira tentativa, considera-se que o estudante obteve êxito no item fazendo o uso do ambiente informatizado. Acertando na segunda ou terceira tentativa, considera-se que o estudante fez uso com êxito das ferramentas de interação e de apoio teórico disponibilizadas no Objeto de Aprendizagem. Acertando na quarta tentativa, considera-se que o ambiente informatizado e as ferramentas de apoio e interação do Objeto de Aprendizagem não foram suficientes para o estudante obter êxito no item, considerando, estatisticamente, que na quarta tentativa o estudante chega à alternativa correta por eliminação das três tentativas anteriores.

Dessa forma, as atividades foram corrigidas e tabuladas relacionando o número de tentativas necessárias para se chegar à resposta correta. Por fim, as respostas corretas encontradas a partir da segunda tentativa foram analisadas e foi feito um tratamento dos resultados. Criou-se uma categorização dos erros cometidos pelos estudantes como sujeitos da pesquisa. Assim, elencaram-se quatro tipos de erro:

1º - Erro de incompreensão do enunciado: erros relacionados a uma má interpretação do enunciado do item e dos dados presentes no enunciado da atividade disponibilizado na tela do Objeto de Aprendizagem.

2º - Incompreensão do ambiente informatizado: erros relacionados à dificuldade de manusear ou entender as ferramentas que dinamizam o enunciado dos itens da atividade.

3º - Erros operacionais: são erros relacionados à defasagem de conteúdo, relacionados à manipulação algébrica ou desatenção nos passos de resolução.

4º - Erros de compatibilidade: erros relacionados à falta de coerência da resposta com os dados dos itens da atividade.

Ressalta-se que, na resolução de cada item, os estudantes poderiam cometer mais de um tipo de erro. Dessa forma, a contagem final leva em conta que pode ter ocorrido mais de um erro no mesmo item.

Apesar do Objeto de aprendizagem oferecer condições informatizadas para que o estudante possa explorar o próprio erro, seguem-se as recomendações de Cury (2013), que enfatiza a importância de explorar os erros, juntamente com os estudantes, fazendo descobertas sobre os conteúdos em questão ou apenas tentando remediá-los ao criar estratégias de ensino para retomar os conteúdos nos quais os alunos mostram mais dificuldades.

Os sujeitos da pesquisa foram vinte (20) estudantes do segundo ano do Curso Técnico em Equipamentos Biomédicos, da área de eletroeletrônica, do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) da unidade de Belo Horizonte. Ressalta-se que o conteúdo dos números complexos já tinha sido trabalhado no primeiro ano do Curso.

O período da aplicação das atividades foi compreendido entre os dias 22 e 29 de agosto de 2014 nos horários cedidos pela professora de Matemática da turma. As atividades foram realizadas, individualmente, na sala de aula. Devido à manutenção no laboratório de informática durante o período da realização das atividades, cada estudante que participou da pesquisa utilizou seu próprio computador (*notebook*).

Os estudantes foram orientados, durante uma aula de 50 minutos, com demonstrações no próprio Objeto de Aprendizagem projetado no quadro, sobre a instalação e estruturação de navegação do OA. Também foram informados sobre possíveis problemas com o tipo de navegador de internet utilizado e aplicativos necessários para o pleno funcionamento do OA.

Apesar da total informatização das atividades em forma de um questionário de múltipla escolha, programado para ser respondido na própria tela do Objeto de Aprendizagem, foi distribuído para os estudantes pesquisados um formulário em papel para registros de possíveis erros encontrados nas atividades.

5.1. Atividade 1 – Introdução aos números complexos.

O primeiro item desta atividade teve o intuito de resgatar os conhecimentos prévios dos estudantes relacionados ao plano cartesiano para apresentar o plano complexo Argand Gauss.

Como era esperado, no primeiro item da atividade, todos os estudantes pesquisados marcaram a opção correta na primeira tentativa, ou seja, a tela de animações desta atividade foi suficiente para o entendimento do enunciado deste item.

No segundo item, pretendia-se que os estudantes visualizassem pelo ambiente informatizado que o conjunto dos números reais pode ser interpretado como um subconjunto dos números complexos. Apenas dois estudantes necessitaram da segunda alternativa para marcarem a resposta correta e três recorreram à terceira tentativa, mas, conforme esperado, para maioria dos estudantes, a tela de animações foi suficiente para entenderem que o conjunto dos números reais pode ser entendido como um subconjunto dos números complexos.

No terceiro item, esperava-se que os estudantes visualizassem e utilizassem conhecimentos prévios relacionados ao teorema de Pitágoras para calcularem a medida do módulo de um número complexo. Apenas três estudantes necessitaram de segunda tentativa para alcançarem a resposta correta, para a maioria uma só tentativa foi suficiente para marcar a resposta correta.

No quarto item, esperava-se que os estudantes visualizassem e utilizassem conhecimentos prévios relacionados à trigonometria no triângulo retângulo para encontrarem a expressão que representa o argumento de um número complexo.

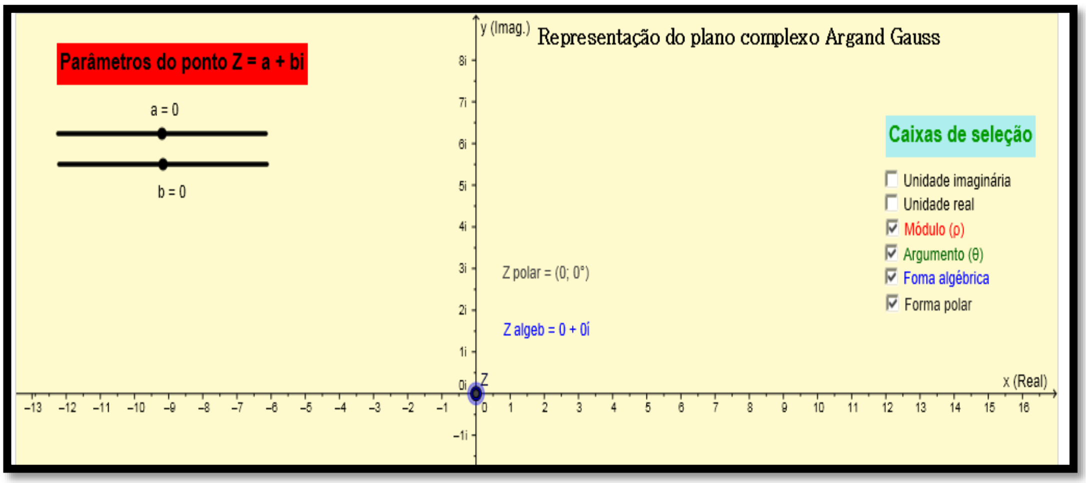
Observaram-se dificuldades por alguns estudantes com relação aos conceitos prévios relacionados à trigonometria, especificamente o conceito da função inversa da função tangente (arctang). Mas esse momento se mostrou importante para que os estudantes explorassem a ferramenta de apoio teórico disponibilizada para essa atividade.

Pretendia-se, com o quinto item, que os estudantes concebessem as relações entre as formas de representação (polar e algébrica) de um número complexo, fazendo comparações, pela tela de animações, entre o comportamento algébrico e geométrico quando ocorrem as alterações dos parâmetros (**a**) e (**b**) da forma algébrica desse número.

Apenas seis alunos recorreram a mais de uma tentativa para marcarem a resposta correta. Entende-se que a tela de animações foi eficiente para os anseios didáticos desse item. Em dado momento, o aluno "C" comenta "Professor, quando altero o parâmetro (**a**) da forma algébrica, a forma polar altera. Quando altero o parâmetro (**b**) da forma algébrica, a forma polar também altera, assim, fica claro". Essa constatação do aluno "C" mostra que os recursos disponibilizados na tela de animações foram suficientes para o entendimento de que as duas formas de representação dos números complexos, algébrica e polar, estão relacionadas aos parâmetros (**a**) e (**b**).

Ressalta-se, no quinto item da atividade, que a terceira opção de resposta, "Só relacionam quando Z se encontra na origem", causou um entendimento de que quando os parâmetros (**a** e **b**) do ponto **Z** são anulados (zero), ambas as formas de representação de Z (algébrica e polar) são nulas, ou seja, algébrica = 0+0i e polar (0, 0^0). Para os estudantes que erraram, não houve o entendimento de que o zero da forma polar representa o módulo e o 0^0 representa o argumento e que ambos dependem dos parâmetros (**a** e **b**) do ponto Z.

Figura 19 - Análise de erro - item 5 da Atividade 1.



Fonte: próprio autor

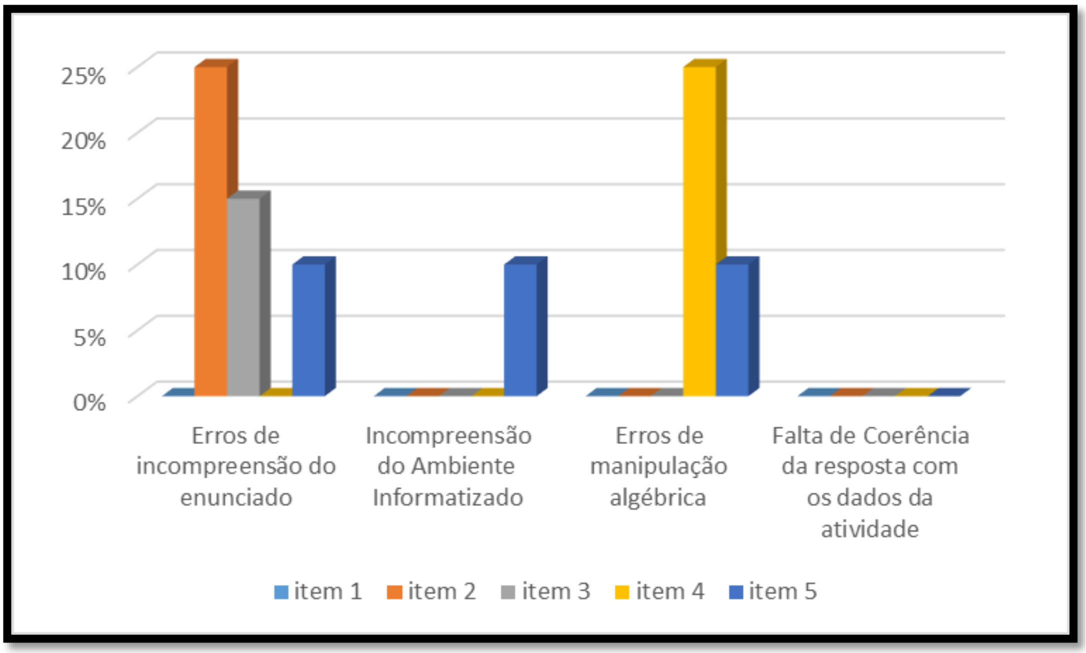
Apresenta-se a seguir a tabulação que relaciona o número de estudantes com o número de tentativas que utilizaram para acertar cada item do questionário. Segue também um gráfico que representa o percentual de estudantes pesquisados por cada tipo de erro categorizado nesta Pesquisa.

Tabela 4 - Tabulação do número de acertos por tentativa da Atividade 1.

Acertos por número de tentativa em cada item da Atividade 1:				
	1ª tentativa	2ª tentativa	3ª tentativa	4ª tentativa
1º item	20	0	0	0
2º item	15	2	3	0
3º item	17	3	0	0
4º item	15	2	3	0
5º item	14	4	2	0

Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 1 - Análise de erros da Atividade 1.



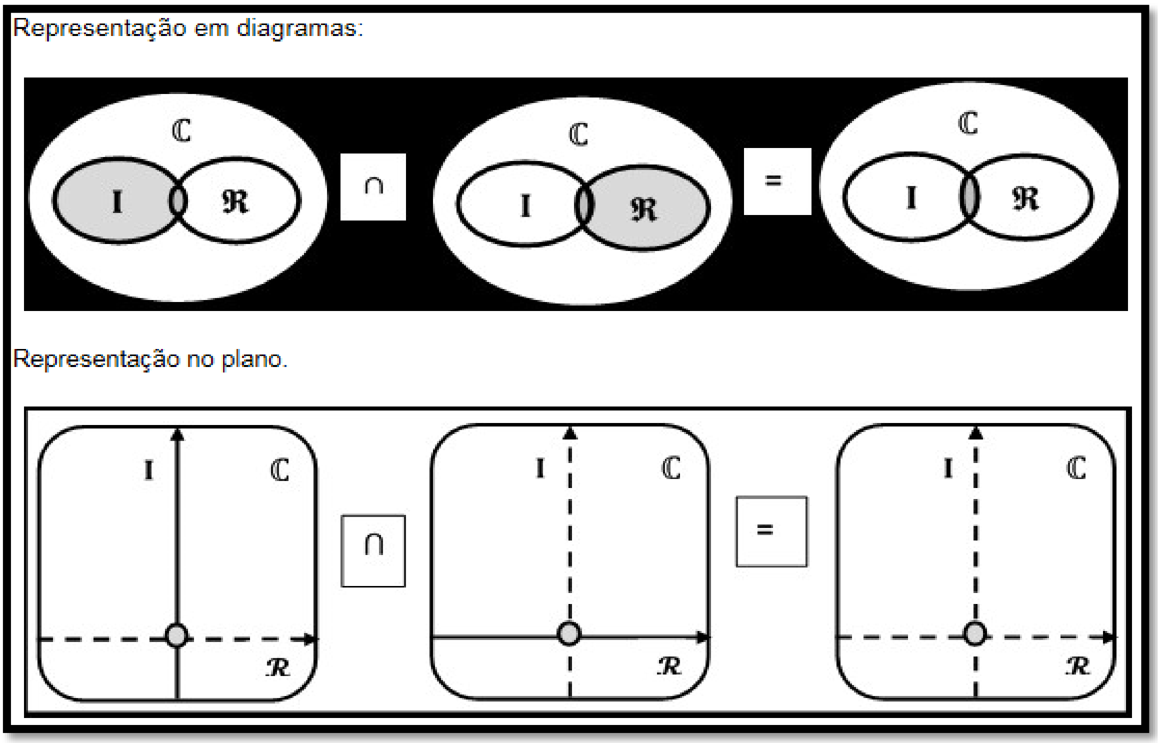
Fonte: Dados da pesquisa

5.2. Atividade 2 – Operações com números complexos.

Questionário 1

Elaborado com seis itens, o Questionário 1 dessa atividade propõe aos estudantes marcarem uma relação de inclusão que representa a imagem dada, que pode ser uma representação em forma de diagramas ou em forma de plano, conforme a imagem, a seguir, que representa a igualdade $(C \cap I) \cap R = \{0\}$:

Figura 20 - Representação de relações de inclusão.



Fonte: Próprio autor

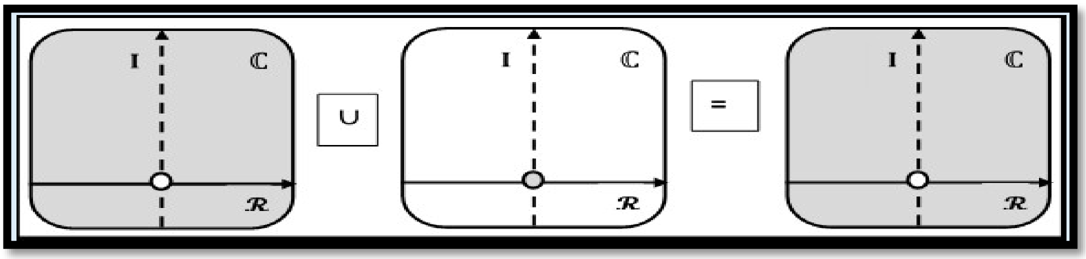
Percebeu-se, no Questionário, que os estudantes pesquisados apresentaram dificuldade no entendimento do que se pedia. Considera-se razoável essa dificuldade por se tratar de uma atividade diferente, não encontrada nos livros didáticos analisados. Ao ser indagado pelo estudante “J” sobre a instrução da atividade, aproveitou-se o ensejo para reforçar a todos os estudantes pesquisados que o entendimento para resolução desse Questionário poderia ser adquirido no exemplo disponível no texto introdutório do mesmo. Nessa introdução, o estudante tem acesso à representação de uma relação de inclusão em forma de diagramas e em forma de planos.

Observou-se, no sexto item dessa Atividade, que a falta de nitidez da imagem causou dúvidas e induziu alguns estudantes ao erro. A baixa qualidade na resolução gráfica da tela de alguns computadores utilizados na pesquisa dificultou a identificação da hachura de algumas regiões da imagem.

A figura a seguir ilustra essa situação, pois, dependendo da qualidade da imagem, não é seguro identificar se o pequeno círculo, que representa a origem, localizado na interseção dos eixos, está ou não hachurado.

A igualdade correta representada graficamente é: *(C - I) U R = (C - I) U {0}*

Figura 21 - imagem do sexto item do 1º Questionário da Segunda Atividade.



Fonte: próprio autor

Essa situação foi colocada por alguns estudantes que sugeriram reforçar a tonalidade das regiões hachuradas.

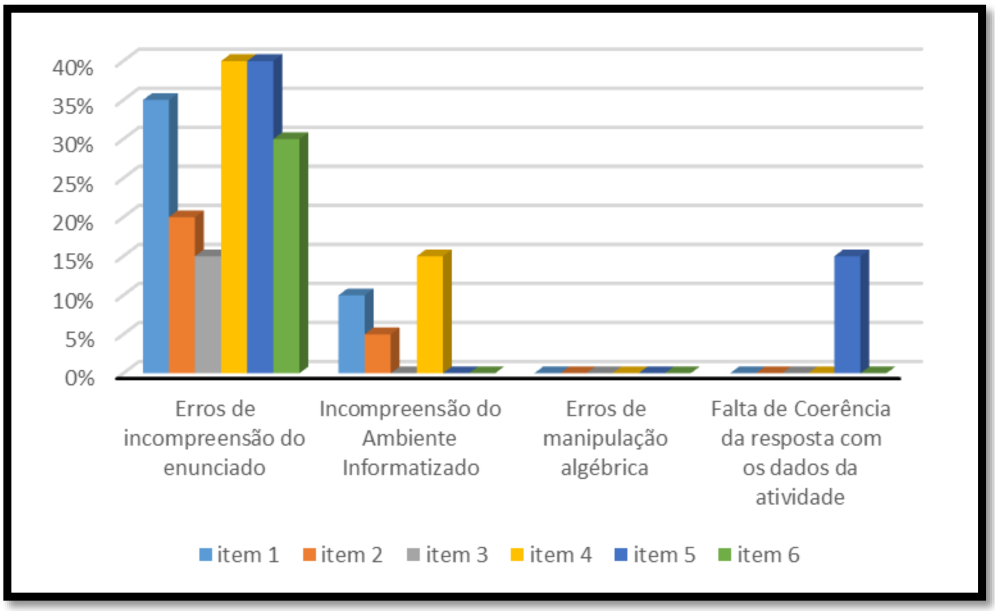
Apresenta-se a seguir a tabulação que relaciona o número de estudantes com o número de tentativas que utilizaram para acertar cada item do questionário. Segue também um gráfico que representa o percentual de estudantes pesquisados por cada tipo de erro categorizado nesta Pesquisa.

Tabela 5 - Tabulação do número de acertos por tentativa da Atividade 2 - Parte 1.

Quantidade de alunos que acertaram a Segunda Atividade:				
	1ª tentativa	2ª tentativa	3ª tentativa	4ª tentativa
1º item	11	6	3	0
2º item	15	3	2	0
3º item	17	3	0	0
4º item	12	8	3	0
5º item	12	8	0	3
6º item	14	2	4	0

Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 2 - Análise de erro da Atividade 2 - parte 1.



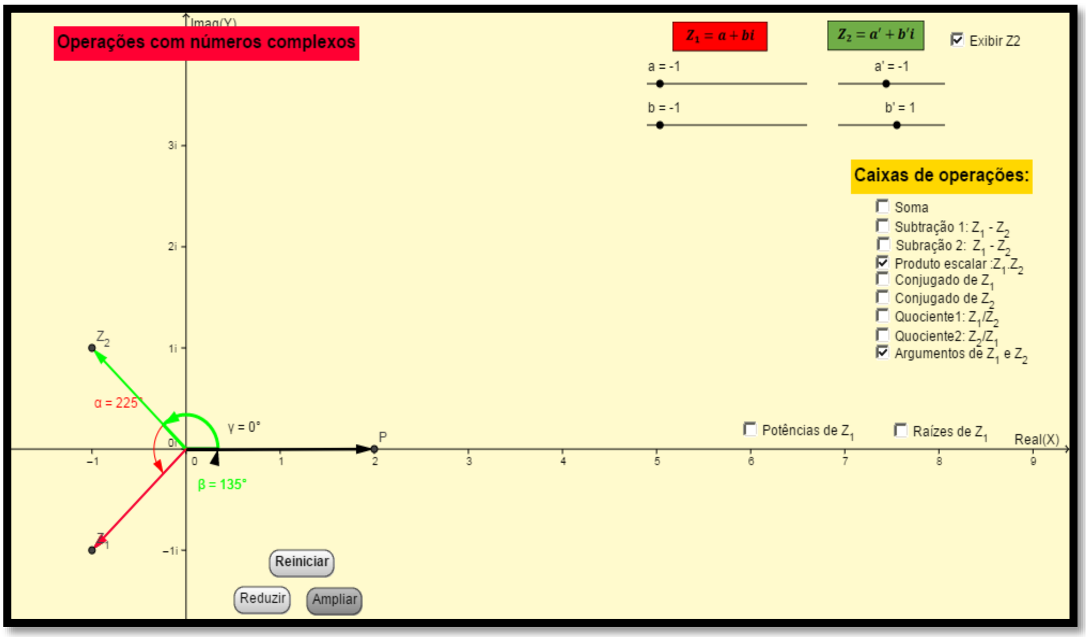
Fonte: Dados da pesquisa

Questionário 2

Neste Questionário, elaborado com seis itens, objetivou-se contemplar as operações envolvendo os números complexos. Cada item do Questionário tem foco em uma operação específica e explora conceitos e propriedades relacionados, principalmente, ao comportamento geométrico dos números complexos envolvidos.

Nos dois primeiros itens, exploraram-se os conceitos relacionados à adição e subtração envolvendo números complexos. Quase todos os estudantes acertaram esses itens na primeira tentativa. No terceiro item do Questionário, houve a necessidade da segunda tentativa para que sete alunos marcassem a resposta correta. Nesse item, exigia-se que o estudante explorasse o comportamento geométrico do produto escalar de dois vetores. Esse item questiona sobre a relação entre o módulo e argumento dos fatores Z_1 e Z_2 e do produto escalar Z_1Z_2. Observou-se que alguns estudantes não fizeram uso da caixa (ferramenta da tela) que habilita a visualização dos argumentos dos fatores Z_1 e Z_2. Sem essa informação, os estudantes encontraram dificuldades para inferir que o argumento do produto $Z_1.Z_2$ equivale à soma algébrica dos argumentos dos fatores Z_1 e Z_2.

Imagem 1 – Análise de erro - 3º item do 2º Questionário da Atividade 2.



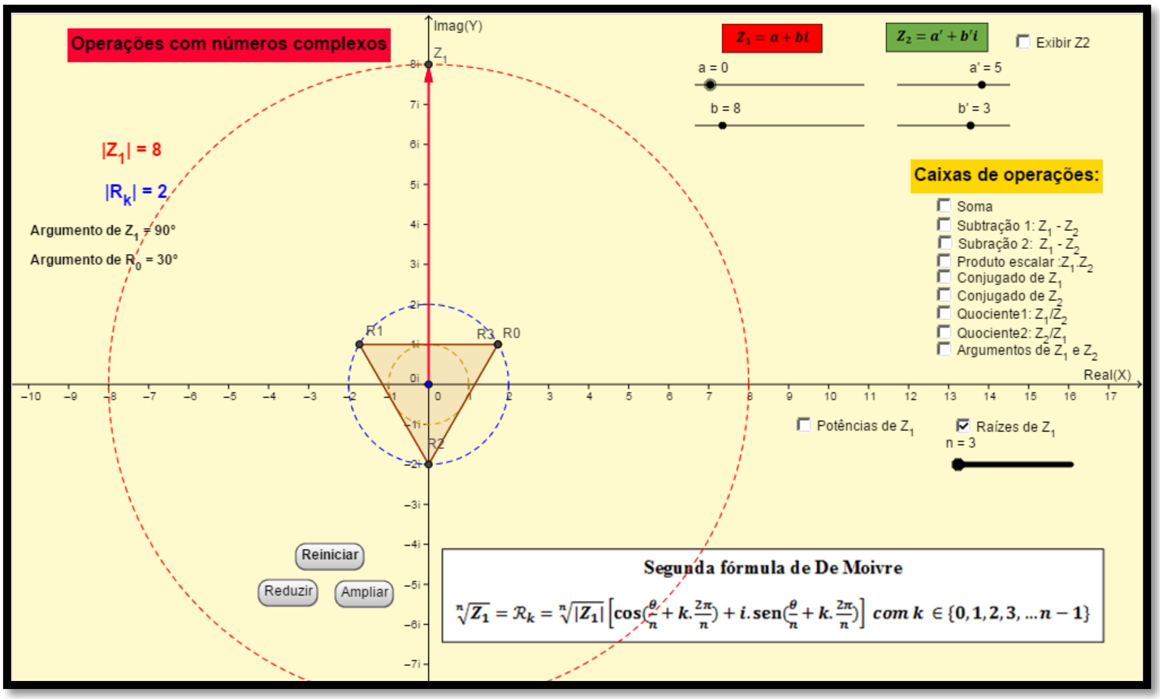
Fonte: Próprio autor

No quarto item, exploraram-se conceitos relacionados ao comportamento algébrico e geométrico do quociente entre dois números complexos. Apenas cinco estudantes não conseguiram a resposta correta na primeira tentativa.

No quinto item, que explora conceitos relacionados ao comportamento geométrico do vetor que representa a potência de um número complexo, oito estudantes necessitaram da segunda ou da terceira tentativa.

No sexto item, que explora as relações geométricas entre um número complexo e suas respectivas raízes, observou-se a seguinte situação: a figura a seguir ilustra a raiz cúbica do número complexo $Z_1 = 0+8i$. Uma das perguntas exigia que os estudantes fizessem inferências entre o módulo de Z_1 e o módulo das raízes ($|R_k|$). Embasado num caso específico, conforme a figura a seguir, os estudantes "E" e "L" entenderam que o módulo das raízes de um número complexo é equivalente à raiz cúbica desse número. Desse modo, os estudantes generalizaram esse entendimento, ignorando a possibilidade de outros índices para a raiz de Z_1.

Figura 22 - Análise de erro do 6º item do 2º Questionário da 2º Atividade.



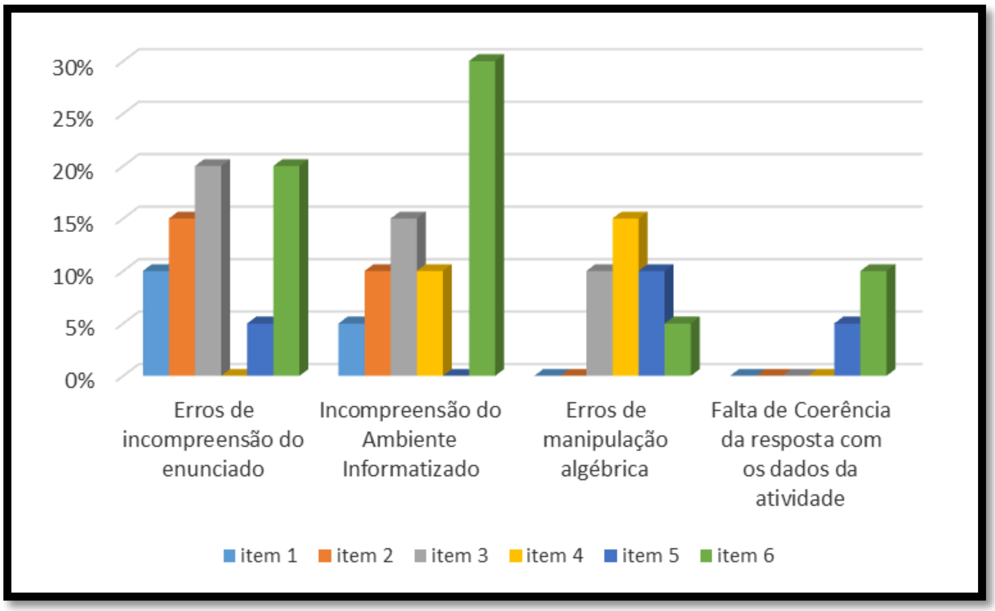
Fonte: Próprio autor

Tabela 6 - Tabulação do número de acertos por tentativa da Atividade 2 - Parte 2.

Quantidade de alunos que acertaram a 2ª parte da Segunda Atividade:				
	1ª tentativa	2ª tentativa	3ª tentativa	4ª tentativa
1º item	17	3	0	0
2º item	15	5	0	0
3º item	13	7	0	0
4º item	15	2	3	0
5º item	12	4	4	0
6º item	9	10	1	0

Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 3 - Análise de erro da Atividade 2 - parte 2.



Fonte: Dados da pesquisa

5.3. Atividade 3 – Aplicação dos números complexos na associação de impedâncias.

Elaborado com sete itens, o questionário desta atividade explora as operações básicas envolvendo os números complexos na análise de circuitos. Os circuitos envolvidos nesta atividade foram didaticamente elaborados para exigirem o mínimo de conhecimento específico de eletricidade na análise de circuitos elétricos. O intuito desta primeira atividade com aplicações é que os estudantes utilizem dos recursos de animação da tela para inferir as relações, operações envolvendo números complexos, entre os componentes de um circuito mais detalhado e os componentes de outro circuito equivalente (reduzido).

No primeiro item deste questionário, exigia-se que os estudantes percebessem que a impedância do circuito equivalente é representada pela soma das três impedâncias[6] do circuito detalhado. Como esperado, todos os estudantes pesquisados marcaram a opção correta na primeira tentativa.

No segundo, terceiro e quarto item, os estudantes tinham que configurar algumas impedâncias com valores fornecidos para fazer simulações/inferências e encontrar os valores de outro elemento (impedância) para atender as condições específicas exigidas no enunciado.

---

[6] As impedâncias são elementos do circuito representados por um número complexos, nesta atividade, na forma algébrica (Z=a+bi).

Mais de 70% dos estudantes marcaram a opção correta na primeira tentativa. Destaca-se nesta análise que dois estudantes só conseguiram acertar o segundo item na quarta tentativa, ou seja, pela eliminação das três tentativas anteriores.

Nos três últimos itens deste questionário, percebeu-se que o índice de estudantes que marcaram a opção correta na primeira tentativa reduziu para pouco mais de 60%. Ressalta-se que o circuito utilizado na elaboração destes três itens, tem impedâncias em paralelo e os cálculos exigidos para encontrar a impedância equivalente, provenientes de outras em paralelo, envolvem as operações, soma, multiplicação e divisão, envolvendo números complexos. O que explica o aumento da dificuldade de alguns estudantes.

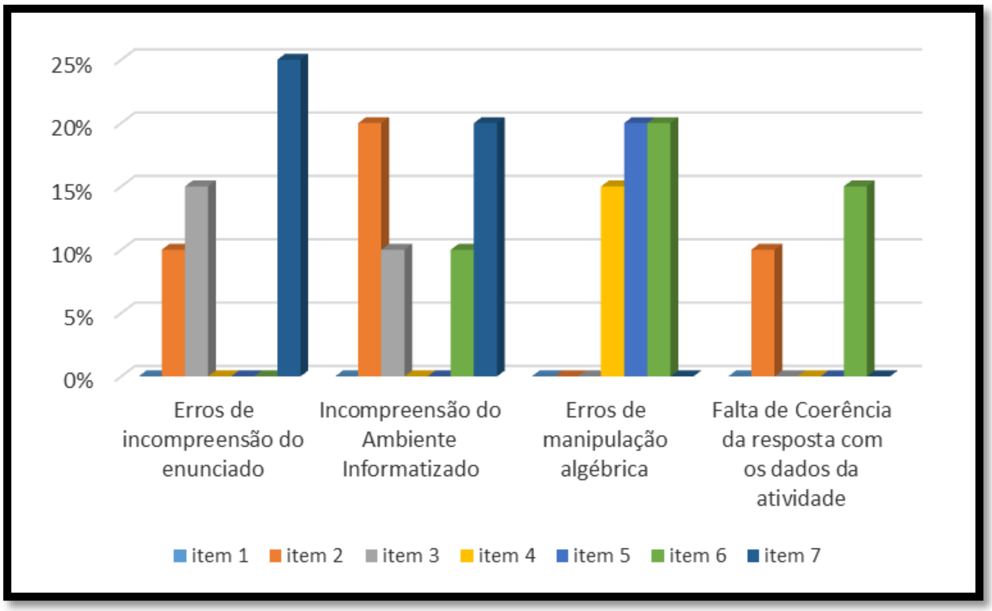
Assim como no segundo item, no sexto também registrou-se que três estudantes precisaram da quarta tentativa para marcarem a resposta correta.

Tabela 7 - Tabulação do número de acertos por tentativa da atividade 3.

Quantidade de alunos que acertaram a Terceira atividade:				
	1ª tentativa	2ª tentativa	3ª tentativa	4ª tentativa
1º item	20	0	0	0
2º item	12	2	4	2
3º item	15	3	2	0
4º item	17	0	3	0
5º item	16	4	0	0
6º item	11	6	0	3
7º item	11	7	2	0

Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 4 - Análise de erro da Atividade 3.



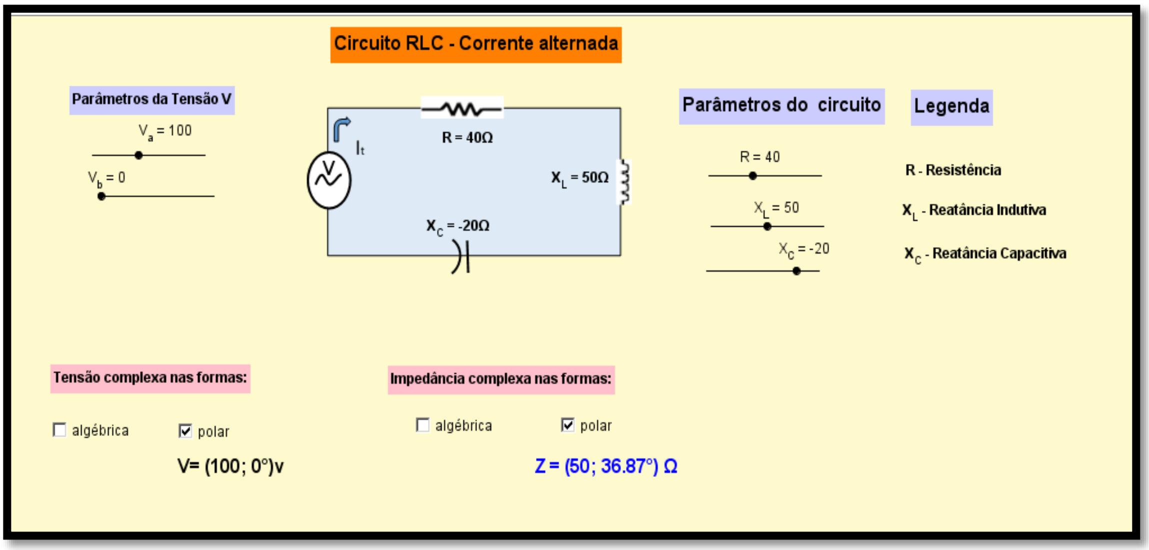
Fonte: Dados da pesquisa

5.4. Atividade 4 - Aplicação dos números complexos na análise de circuitos RLC em série.

O questionário desta atividade é composto por seis itens para serem respondidos pela representação de um circuito com elementos conectados em série. Estes elementos, Resistor(R), indutor(L) e capacitor(C), representam a impedância do circuito. Além desses elementos, a tela de animações possibilita ao estudante alterar a tensão(V) do circuito. Todos esses elementos são representados por números complexos e os parâmetros que os modificam são apresentados na forma algébrica.

O índice dos estudantes que marcaram a opção correta na primeira tentativa foi de quase 90%, considerando todos os itens deste questionário. Ressalta-se que dois estudantes, precisaram de quatro tentativas para marcarem a opção correta no quarto item. Destaca-se também, que nove estudantes necessitaram da segunda tentativa para acertarem o sexto item deste questionário. Nesta situação, observou-se desatenção dos estudantes em não perceberem que na tela de animações era possível visualizar as formas algébrica e polar dos elementos do circuito. Neste item exigia-se dos estudantes a configuração dos parâmetros do circuito, conforme figura a seguir, para calcularem a corrente (i) do circuito. A corrente desse circuito é encontrada fazendo o quociente da tensão(V) pela impedância(Z) do circuito.

Figura 23 - Análise de erro do 6º item da Quarta Atividade.



Fonte: Próprio autor

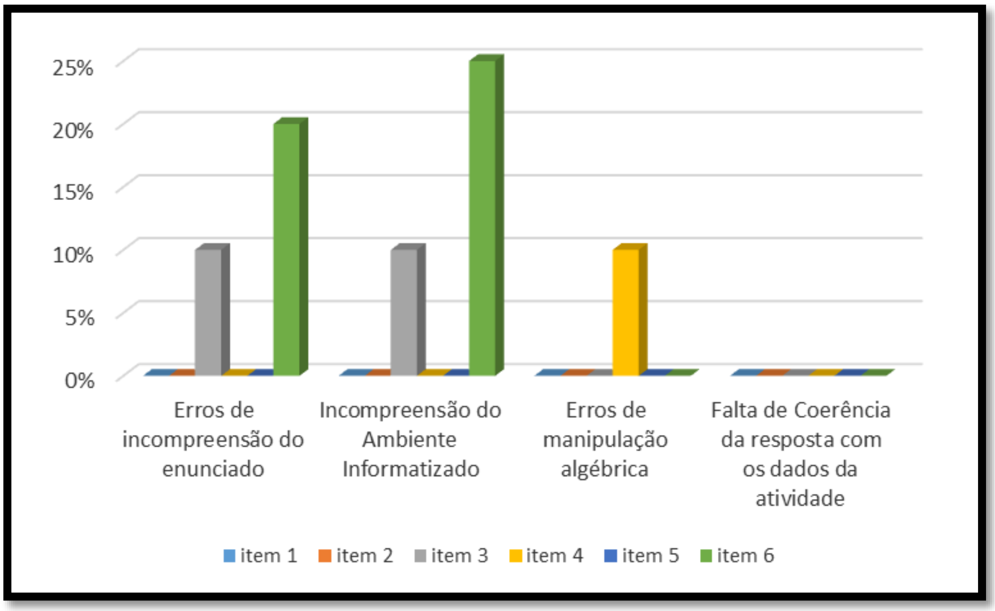
Alguns estudantes não perceberam que poderiam habilitar a visualização, na forma polar, desses elementos. Esta condição facilitaria o cálculo do quociente entre esses elementos.

Tabela 8 - Tabulação do número de acertos por tentativa da atividade 4.

Quantidade de alunos que acertaram a Quarta atividade:				
	1ª tentativa	2ª tentativa	3ª tentativa	4ª tentativa
1º item	20	0	0	0
2º item	20	0	0	0
3º item	16	4	0	0
4º item	18	0	0	2
5º item	20	0	0	0
6º item	11	9	0	0

Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 5 - Análise de erro da Atividade 4.



Fonte: Dados da pesquisa

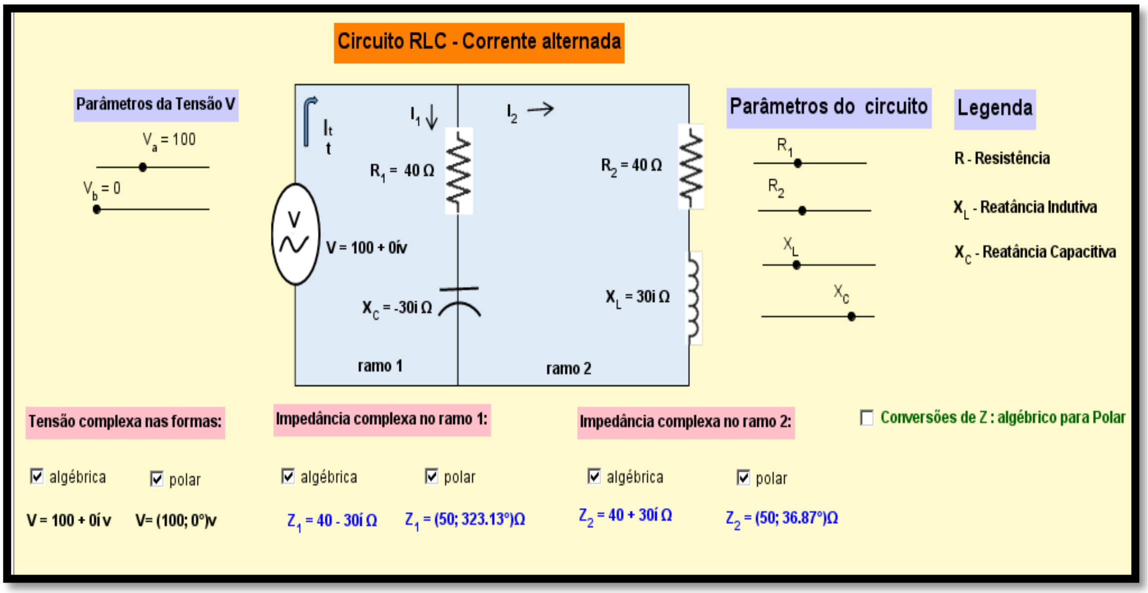
5.5. Atividade 5 - Aplicação dos números complexos na análise de circuitos RLC em paralelo.

O Questionário da Atividade é composto por seis itens para serem respondidos pela representação de um circuito com elementos conectados em paralelo. Os elementos desse circuito são similares aos elementos do circuito da Quarta Atividade. O diferencial reside nos elementos conectados em paralelo, possibilitando elaborar outras situações de aplicações dos números complexos.

Como esperado, nos dois primeiros itens dessa Atividade, 90% dos estudantes marcaram a opção correta na primeira tentativa. Apenas 5 estudantes precisaram da segunda tentativa. Nesses dois itens, exigia-se que o estudante fizesse o uso adequado da tela de animações. A simples configuração correta dos parâmetros explícitos no enunciado dos itens e a utilização da ferramenta adequada eram suficientes para o estudante extrair a informação necessária para responder os itens.

No terceiro item da Atividade, exigia-se que os estudantes utilizassem os parâmetros dos itens, conforme imagem a seguir, para calcularem a impedância total do circuito. A expressão que fornece essa impedância envolve as operações de adição, multiplicação e divisão, neste caso, com dois números complexos (Z_1 e Z_2). Esperava-se que os estudantes utilizassem, convenientemente, as ferramentas da tela que apresentavam os elementos do circuito na forma polar e algébrica. Assim, para a soma, utilizariam a forma algébrica e para a multiplicação e divisão, a forma polar. Observou-se que oito estudantes não perceberam essa possibilidade com facilidade, necessitando assim de duas tentativas para marcarem a alternativa correta.

Imagem 2 - Análise de erro - 3º item da Atividade 5.



Fonte: Próprio autor

No quarto e no quinto itens, solicitava-se no enunciado que os estudantes calculassem a corrente (i) nos dois ramos do circuito. Era necessário configurar os parâmetros conforme orientações do enunciado e calcular o quociente da tensão(V) pela impedância(Z) do ramo pedido. Perceberam-se dificuldades em relação ao cálculo do argumento, que na tela de animações é sempre reduzido ao primeiro ou quarto quadrante.

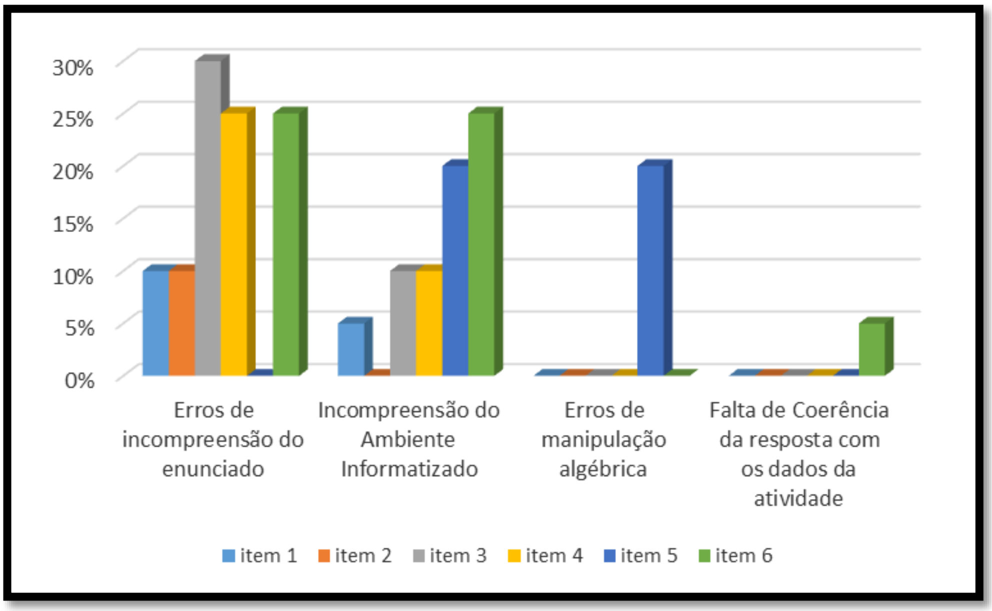
No sexto item, que exigia os resultados do quarto e quinto item, as dificuldades foram similares, pois metade dos estudantes necessitou da segunda alternativa para marcar a opção correta e um estudante perpassou pelas quatro tentativas para marcar a opção correta.

Tabela 9 - Tabulação do número de acertos por tentativa da Atividade 5.

Quantidade de alunos que acertaram a Quinta Atividade:				
	1ª tentativa	2ª tentativa	3ª tentativa	4ª tentativa
1º item	17	3	0	0
2º item	18	2	0	0
3º item	12	8	0	0
4º item	13	7	0	0
5º item	12	4	4	0
6º item	9	10	0	1

Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 6 - Análise de erro da Atividade 5.



Fonte: Dados da pesquisa

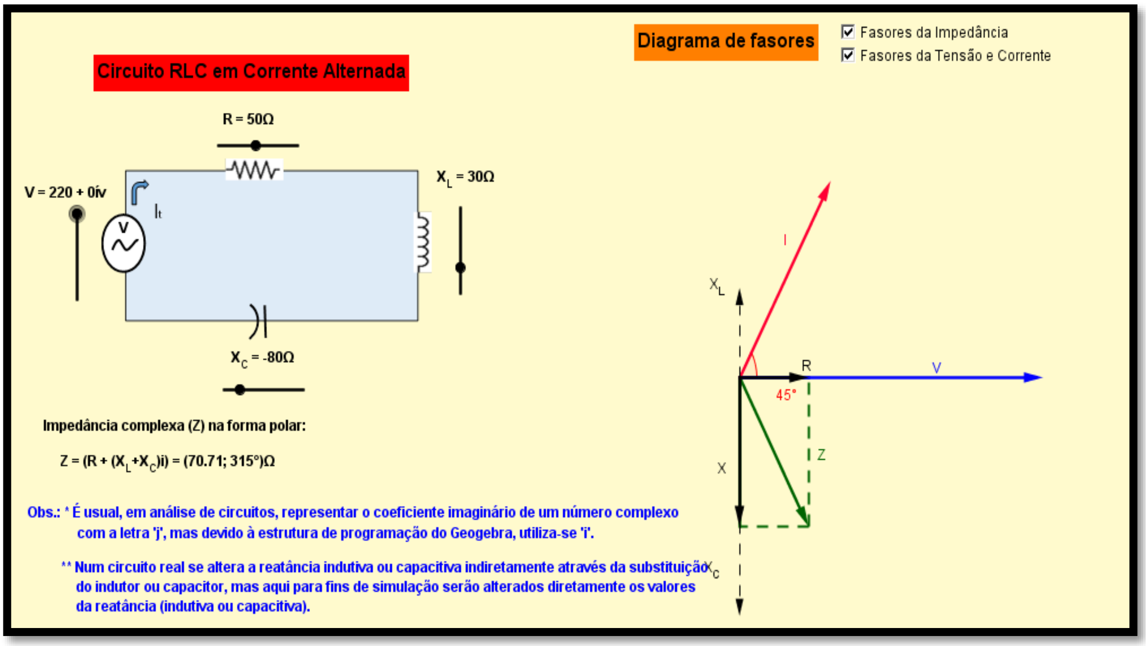
5.6. Atividade 6 - Aplicação dos números complexos na análise de circuitos RLC com representação fasorial.

Elaborada com seis itens, essa Atividade tem o intuído de ratificar os conceitos adquiridos nas atividades anteriores, porém com o diferencial da representação dinâmica dos elementos do circuito na forma de fasores.

A tela de animações da Atividade se mostrou eficiente para o objetivo proposto, ao visualizarem a movimentação dos vetores que representam os elementos do circuito, sincronizados com a alteração dos parâmetros dos elementos do circuito. Percebeu-se que os estudantes encontraram mais sentido nas aplicações que fizeram nas atividades anteriores. Nos dois primeiros itens, mais de 70% dos estudantes marcaram a opção correta na primeira tentativa.

Ressalta-se, no terceiro item, que exigia a configuração representada na figura a seguir, que alguns estudantes confundiram o conceito que determina se um fasor está adiantado ou atrasado em relação a outro. Neste item, o fasor que representa a corrente (i) está adiantado em 45° em relação à tensão (v), mas oito estudantes necessitaram da segunda tentativa para acertarem esse item por terem confundido a posição de atrasado com a posição de adiantamento do fasor.

Imagem 3 - Análise de erro - 3º item da Atividade 6.



Fonte: Próprio autor

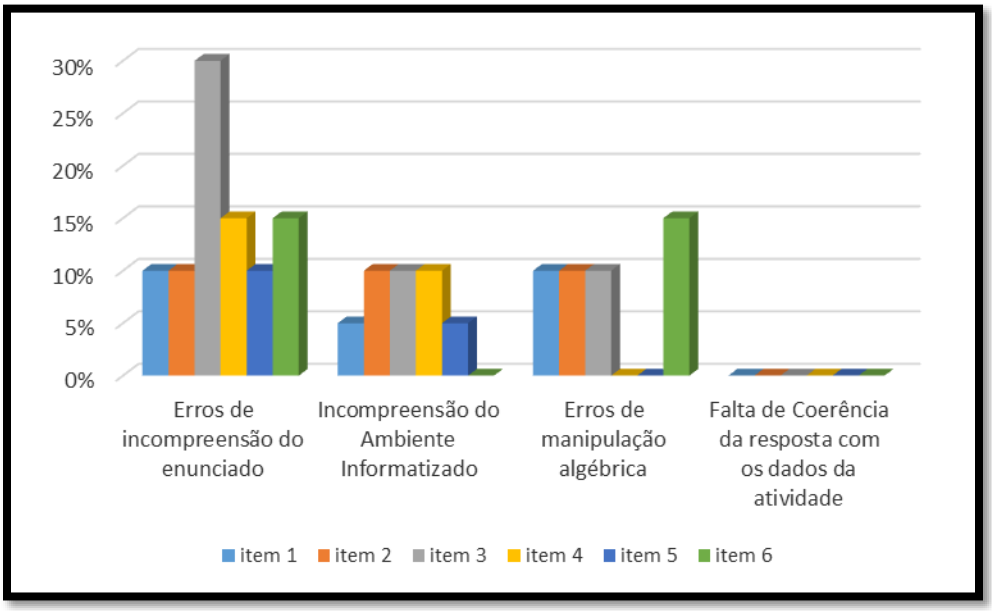
Nos últimos três itens dessa Atividade, percebeu-se que os estudantes não encontraram dificuldades, uma vez que quase 80% dos estudantes marcaram a opção correta na primeira tentativa. Vale ressaltar que, no quinto item da Atividade, três estudantes confundiram o conceito de conjugado com oposto de um número complexo e, como havia as duas opções de resposta, esses necessitaram da segunda tentativa para chegarem à opção correta.

Tabela 10 - Tabulação do número de acertos por tentativa da Atividade 6.

Quantidade de alunos que acertaram a Sexta Atividade:				
	1ª tentativa	2ª tentativa	3ª tentativa	4ª tentativa
1º item	15	3	2	0
2º item	14	4	2	0
3º item	10	8	2	0
4º item	15	5	0	0
5º item	17	3	0	0
6º item	14	3	3	0

Fonte: Dados da pesquisa

Gráfico 7 - Análise de erro da Atividade 6.



Fonte: Dados da pesquisa

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, buscou-se aprofundar as leituras acerca da informática educativa, objetos de aprendizagem e sobre o ensino dos números complexos na perspectiva de responder à questão que impulsionou o presente estudo: “Como criar Objeto de Aprendizagem capaz proporcionar comunicação e interação para a formalização de conceitos facilitando o ensino dos números complexos associado a área técnica em eletroeletrônica?”

A concepção do Objeto de Aprendizagem, que se encontra no apêndice desta Dissertação por meio de um produto, foi embasada no referencial pesquisado e buscou articular a sequência didática de Zabala (1998) e a informática educativa tratada por Moram (2013) e Masetto (2013). A metodologia de elaboração das atividades pautou-se na representação geométrica e dinâmica, proporcionada pelos recursos da informática nas telas de animações específicas de cada atividade.

As sequências didáticas desta Pesquisa foram organizadas com questionários de múltipla escolha amparados por *feedback* e apoio teórico disponibilizados na tela de cada atividade. Para Zabala (1998), as sequências didáticas são constituídas de uma série de atividades ordenadas e articuladas que, da forma como estão estruturadas, relacionam entre si e proporcionam um valor didático, levando em consideração o conhecimento prévio que os estudantes trazem sobre o assunto. Dessa forma, foi dada ênfase a parâmetros de interação para uma participação ativa dos estudantes.

Quanto à informática educativa, muito se tem discutido acerca de sua contribuição no processo de ensino e aprendizagem. Moran (2013) e Masetto (2013) alertam que trabalhar com novas tecnologias não significa eliminar aulas expositivas e recursos audiovisuais mais convencionais ou mais modernos, muito menos substituir o quadro-negro por transparências. Nesse contexto, a tecnologia da Informação e Comunicação (TIC) é explorada no sentido de criar situações didáticas que os métodos convencionais não proporcionam.

No contexto desta Pesquisa, ao buscar meios e formas para que esse processo possa acontecer, utilizou-se das TICs para dinamizar situações algébricas e principalmente geométricas demandadas nas atividades elaboradas nesta pesquisa.

Desde o início, esta Pesquisa voltou-se à criação de um Objeto de Aprendizagem que buscasse uma alternativa ao ensino dos números complexos com aplicações na área de eletroeletrônica de nível médio técnico. Com o intuito de alcançar esse objetivo e obter uma aprendizagem eficaz do estudo dos números complexos com aplicações na área técnica, Objetivos Específicos foram formulados e cumpridos, de acordo com as justificativas a seguir.

1º Objetivo: Identificar, nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio, a contribuição das TICs na formação do técnico.

Identificou-se, nos estudos realizados nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio, que a proposta político-pedagógica desses cursos precisa contemplar os saberes e competências profissionais necessários ao exercício profissional e da cidadania, com base nos fundamentos científico-tecnológicos, sócio-históricos e culturais e também o emprego do uso da tecnologia no processo de aprendizagem.

Identificou-se também nessas Diretrizes que um dos princípios norteadores da Educação Profissional Técnica a orientar o trabalho do professor é o da integração com a ciência, a tecnologia e a cultura, com base na proposta político-pedagógica e do desenvolvimento curricular. Constatou-se que essas Diretrizes preconizam que a contextualização, a flexibilidade e a interdisciplinaridade na utilização de estratégias educacionais favoráveis à compreensão de conceitos e significados matemáticos são a integração entre a teoria e a vivência da prática profissional.

2º Objetivo: Identificar em livros didáticos qual é a abordagem utilizada no ensino dos números complexos.

O estudo das abordagens utilizadas pelos livros didáticos acerca do tema "o ensino dos números complexos" se fez necessário para nortear a elaboração das atividades e, consequentemente, do Objeto de Aprendizagem.

Após a análise de três livros didáticos, inclusive o Livro utilizado pela turma pesquisada, constatou-se que não houve nenhuma atividade que exigisse o uso de tecnologia ou *software* específico para facilitar a aprendizagem do conteúdo.

Quanto à aplicação dos números complexos na área de eletroeletrônica, muito pouco foi encontrado, destacou-se uma imagem ilustrativa de forma isolada, em um dos livros, possibilitando ao estudante fazer inferências sobre a aplicabilidade dos números complexos na análise da tensão alternada. Foram encontradas também, de forma isolada, algumas aplicações dos números complexos na Geometria e na Arte.

Constatou-se, nos três livros analisados, que o conteúdo dos números complexos foi abordado num capítulo relativamente curto em relação aos demais conteúdos, com poucas atividades de aplicações e muitos exercícios isolados com ênfase em técnicas algébricas.

3º Objetivo: Criar atividades, informatizadas, estruturadas em forma de sequência didática envolvendo aplicações dos números complexos em análise de circuitos de forma a possibilitar comunicação e interação com o sistema, experimentações e simulações que levem a formalização de conceitos e a criação de significados.

. Falar da criação das atividades é como falar da criação do OA, uma vez que as atividades foram pensadas e elaboradas para serem resolvidas utilizando os recursos informatizados disponibilizados na tela de animações.

Um dos desafios considerados e alcançados na elaboração das atividades foi que as duas primeiras atividades contemplaram todo conteúdo referente ao ensino dos números complexos do Programa do Ensino Médio regular. As telas de animações dessas atividades dinamizam as operações envolvendo os números complexos, e as atividades exploraram esse potencial estético e dinâmico, suprindo a carência constatada nos livros didáticos analisados de uma dinâmica no estudo do conteúdo.

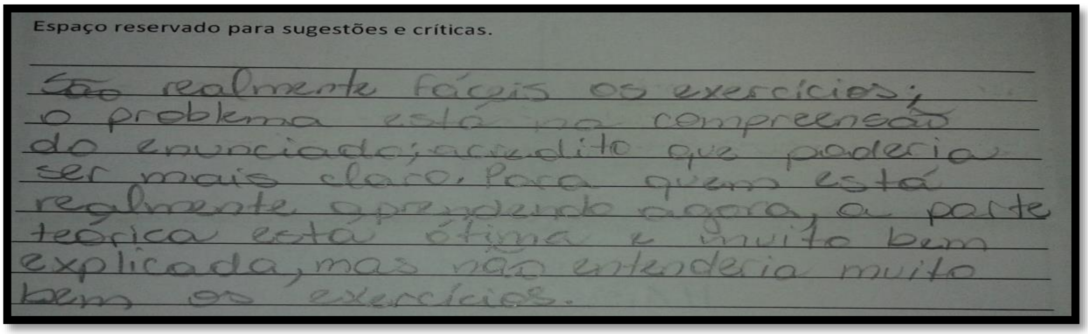
As outras quatro atividades que compõem o OA também cumpriram o papel de elucidar o conteúdo das duas primeiras em aplicações básicas na análise de circuitos elétricos. Destaca-se a sexta e última atividade de aplicação que conta com uma tela de animações que dinamiza os fasores dos elementos de um circuito, contextualizando a parte algébrica e geométrica dos números complexos numa mesma tela.

4º Objetivo: Testar, em sala de aula, o Objeto de Aprendizagem utilizado para realizar as atividades e, a partir desses resultados, propor melhorias para o mesmo.

Destaca-se que, durante a aplicação do Objeto de Aprendizagem, à medida que os estudantes se familiarizavam com as telas de animações, aumentavam a autonomia e a postura crítica em relação ao item em questão.

Conforme esperado, por ser uma atividade que explorou muito os conhecimentos prévios relacionados ao plano complexo Argand Gauss, a primeira atividade foi considerada de fácil entendimento pelos estudantes, conforme destacado pelo registro a seguir da estudante HAS a respeito dessa atividade. (Segue abaixo da figura a declaração da estudante).

Figura 24 - Registro da estudante HAS sobre a resolução da Primeira Atividade.


Espaço reservado para sugestões e críticas.

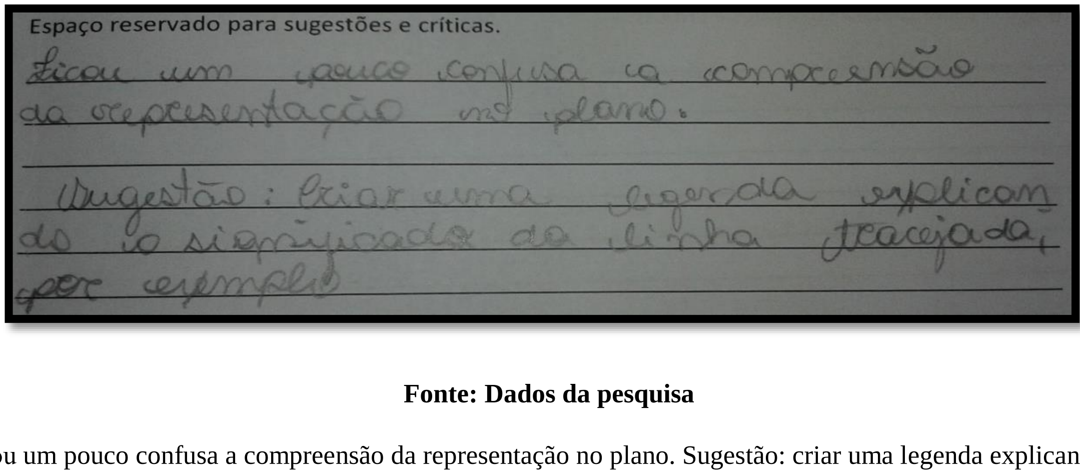
São realmente fáceis os exercícios; o problema está na compreensão do enunciado; acredito que poderia ser mais claro. Para quem está realmente aprendendo agora, a parte teórica está ótima e muito bem explicada, mas não entenderia muito bem os exercícios.

Fonte: Dados da pesquisa

“São realmente fáceis os exercícios, o problema está na compreensão do enunciado, acredito que poderia ser mais claro. Para quem está realmente aprendendo agora, a parte teórica está ótima e muito bem explicada, mas não entenderia muito bem os exercícios.”

Na primeira parte da segunda atividade, em que se exigia que os estudantes observassem as relações de inclusão entre o conjunto dos números complexos e o conjunto dos números reais em forma de diagramas e planos, a estudante CCS deixa seu registro.

Figura 25 - Registro da estudante CCS sobre a resolução da 1º parte da Segunda Atividade.


Espaço reservado para sugestões e críticas.

Ficou um pouco confusa a compreensão da representação no plano.

Sugestão: Criar uma legenda explicando o significado da linha tracejada, por exemplo

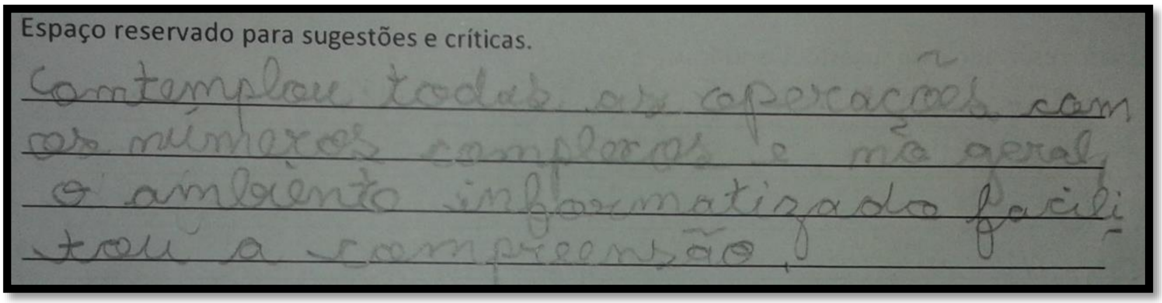
Fonte: Dados da pesquisa

“Ficou um pouco confusa a compreensão da representação no plano. Sugestão: criar uma legenda explicando o significado da linha tracejada, por exemplo.”

A sugestão registrada pela estudante CCS ratifica que o objetivo dessa atividade foi alcançado por essa estudante. O fato de a aluna sugerir a criação de uma legenda para a linha tracejada significa que entendeu o seu significado, entretanto, por motivos didáticos, não houve legenda.

Na segunda parte da segunda atividade em que foram exploradas todas as operações envolvendo os números complexos, o estudante HVF deixa seu registro na figura a seguir.

Figura 26 - Registro da estudante HVF sobre a resolução da 2ª parte da Segunda Atividade.


Espaço reservado para sugestões e críticas.

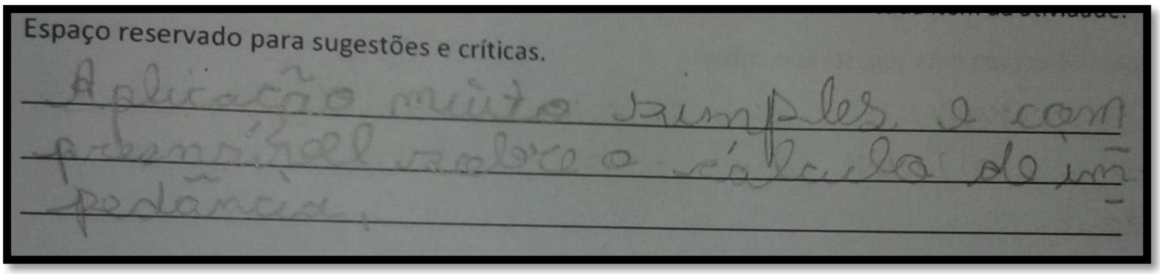
Contemplou todas as operações com os números complexos e no geral o ambiente informatizado facilitou a compreensão.

Fonte: Dados da pesquisa

"Contemplou todas as operações com os números complexos e no geral, o ambiente informatizado facilitou a compreensão."

Quanto às atividades de aplicações, observou-se que os estudantes não encontraram dificuldades em relação à parte teórica do conhecimento técnico de circuitos elétricos, pois foram exigidos conhecimentos básicos e os estudantes estavam terminando a disciplina de circuitos elétricos. Os registros a seguir, do estudante HVF, ratificam essa afirmativa:

Figura 27 - Registro da estudante HVF sobre a resolução da terceira atividade.

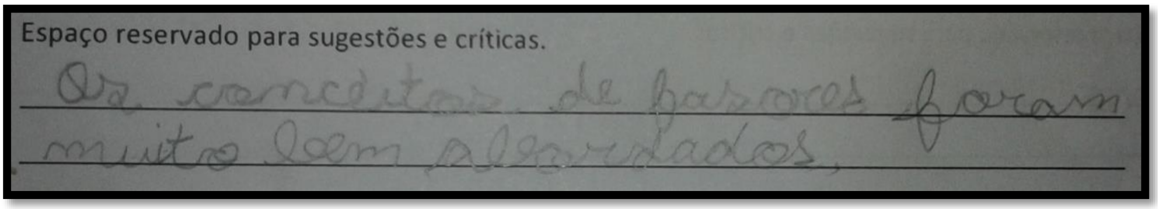

Espaço reservado para sugestões e críticas.

Aplicação muito simples e compreensível sobre o cálculo de impedância.

Fonte: Dados da pesquisa

"Aplicação muito simples e compreensível sobre o cálculo de impedâncias"

Figura 28 - Registro da estudante HVF sobre a resolução da sexta atividade.



Fonte: Dados da pesquisa

“Os conceitos de fasores foram muito bem abordados.”

O objeto de aprendizagem cumpriu o seu papel, uma vez que permitiu ampla comunicação com o sistema, proporcionando interação entre os estudantes e as atividades propostas, além de estimulá-los a fazerem experimentações e simulações. O uso da informática educativa por meio do Objeto de Aprendizagem “Descomplicando os Complexos” permitiu a exploração e formalização de propriedades relacionadas às operações com números complexos a partir da movimentação de pontos e vetores, bem como a representação geométrica das operações. Permitiu também a criação de significado desse conteúdo pelas aplicações na análise de circuitos elétricos.

Para concluir, vale considerar que o OA da Pesquisa realizada, juntamente com os outros que estão sendo criados no desenvolvimento do Projeto de Pesquisa “Objetos de Aprendizagem para o Ensino de Matemática na Educação Profissional Técnica de Nível Médio”, apoiado pela FAPEMIG, estarão no REPOSITÓRIO específico a abrigar OAs para Educação Profissional Técnica, constituindo um instrumento valioso para os Professores de Matemática do ensino Médio e Médio Técnico, com atividades de conteúdo teórico e atividades com aplicações para as aulas dos cursos, especificamente, da área de eletroeletrônica, as quais possuem Números Complexos como pré-requisito.

REFERÊNCIAS

ALBURQUERQUE, Rômulo Oliveira. **Análise de circuitos em corrente alternada**. São Paulo: Érika, 1989.

AUDINO, Daniel Fagundes. **Objetos de aprendizagem hipermídia aplicado à Cartografia escolar no sexto ano do ensino Fundamental em geografia.** 2012. 153f. Dissertação (Mestrado em educação) - Universidade Federal de Santa Catarina, Programa de Pós-Graduação em Geografia, Florianópolis.

ASSIS, Leila Souto de. **Concepções de Professores de Matemática quanto à utilização de Objetos de Aprendizagem: Um estudo de caso do Projeto RIVED-BRASIL**. 2005. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

BARROSO, Juliane Matsubara. **Conexões com a Matemática**. v 3. São Paulo: Ed. Moderna. 2010.

BOYLESTAD, Robert. L. **Introdução à análise de circuitos.** São Paulo: Pearson, 2004.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. **Informática na Educação Matemática**. Autêntica. Belo Horizonte. 2001.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares para os cursos de nível técnico**. Brasília. 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12683%3Atecnico-de-nivel-medio&catid=190%3Asetec&Itemid=861> Acesso em: 26 ago. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho nacional de educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Profissional Técnica de Nível Médio.** Brasília. Ministério da Educação. 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 2002a.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação a Distância. Objetos de aprendizagem: uma proposta de recurso pedagógico: Carmem Lúcia Prata, Anna Christina Aun de Azevedo Nascimento(org.). SOUZA JUNIOR, A. J; LOPES, C. R. **Saberes docentes e o desenvolvimento de objetos de aprendizagem**. Brasília: MEC, SEED, 2007. p.07-17.

CURY, Helena Noronha. **Análise de erros:** o que podemos aprender com os erros dos alunos. 2º ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013.

CAMPOS DA SILVA, Révero. **Sobre o ensino dos números complexos: (re)significando conceitos, propriedades e operações por meio de construções e interpretações geométricas.** 2008. 186f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte.

GOULART, Márcio Cintra. **Matemática no ensino médio**. v3. São Paulo: Scipione. 2008.

GUSSOW, Milton. **Eletricidade Básica**t. Tradução de José Lucimar do Nascimento. 2ª ed. Porto Alegre. Bookman, 2009.

LAUDARES, João Bosco. **Educação Matemática.** Belo Horizonte: CEFET-MG, 1987.

MACÊDO, Laécio Nobre de, *et al*. Desenvolvendo o Pensamento Proporcional com o uso de um Objeto de Aprendizagem. In: PRATA, Carmem Lúcia; NASCIMENTO, Anna Christina Aun de Azevedo (Org.). **Objetos de Aprendizagem:** uma proposta de recurso pedagógico. Brasília: MEC, SEED, 2007, p.17-37.

MACHADO, Elian de Castro; SÁ FILHO, Clóvis Soares. **O computador como agente transformador da educação e o papel do objeto de aprendizagem**. Disponível em: < http://www.abed.org.br/seminario2003/texto11.htm>. Acesso em: 07 dez. 2014.

MASSETO, Marcos Tarciso. Mediação Pedagógica e Tecnologias de Informação e Comunicação. In: MORAN, José Manuel; MASSETO, Marcos Tarciso; BEHRENS, Marilda Aparecida (Org.). **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** 21º Campinas (SP): Papirus, 2013, p.11-72.

MORAN, José Manuel. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In: MORAN, José Manuel; MASSETO, Marcos T.; BEHRENS, Marilda Aparecida (Org.). **Novas tecnologias e mediação pedagógica.** 21º Campinas (SP): Papirus, 2013, p.141-171.

MUZIO, Jeanete; HEINS, Tanya; MUNDELL, Roger. **Experiences with reusable e learning objects: From theory to Practice.** 2001 DisponíveL em: <http://www.udutu.com/pdfs/elearning_objects.pdf>. Acesso em: 15 out. 2013.

NILSSON, James William. **Circuitos Elétricos**. Tradução Arlete Simille Marques. 8ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009.

OLIVEIRA, Celina Couto de. **Ambientes Informatizados de Aprendizagem:** produção e avaliação de software educativo. Campinas : Papirus, 2001.

OLIVEIRA, Ramon de. **Informática Educativa:** Dos planos e discursos à sala de aula. *2012* 17ª. Campinas : Papirus, 2012.

OLIVEIRA, Adilson Lopes de. **Objeto de aprendizagem para desenvolvimento de habilidades de visualização e representação de secções cônicas:** atividade para o ensino médio**.** 2011. 106f. . Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte.

PIMENTA, Pedro; BAPTISTA, Ana Alice. 2004. **Das plataformas de e_learning aos objetos de aprendizagem.** 2004. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/8723/3/dos%20lms%20aos%20objectos.pdf> Acesso em: 26 mar. 2014.

REIS NETO, Raimundo Martins. **Alternativa metodológica para ensino e aprendizagem de números complexos:** uma experiência como professores e alunos. 2009. 142f. . Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de

Minas Gerais, Programa de Pós-graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Belo Horizonte.

REIS, Edinei Leandro dos**. O processo de produção de objetos de aprendizagem em cálculo diferencial e integral durante uma atividade de design.** 2010. 155f. Dissertação (Mestrado em educação) - Universidade Estadual Paulista, Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Rio Claro.

RIBEIRO, Jackson. **Matemática:** Ciência, Linguagem e Tecnologia - volume 3. São Paulo: Scipione, 2010.

RODRIGUES, Adriana. **Produção coletiva de objetos de Aprendizagem:** o diálogo na universidade e na escola. 2006. 120f. Dissertação (Mestrado em educação) – Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia.

SPINELLI, Walter. **Nem Tudo é Abstrato no Reino dos Complexos**. - São Paulo : Seminario de Ensino de Matemática - SEMA/USP, 2009. 11f. disponível em: http://www.nilsonjosemachado.net/sema20091027.pdf. Acesso em: 18 fev. 2014.

WILEY, David A. Connecting learning objects to instructional design theory: a definition a metaphor, and a taxonomy. 2000. **The instructional use of learning objects.** Bloomington: Association for Educational Communications and Technology, 2000. Disponível em: <http://reusability.org/read/chapters/wiley.doc>. Acesso em: 02 fev. 2014.

WILEY, David A. Impediments to Learning Object Reuse and Openness as a Potential Solution. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, v. 17, nº 3. Disponível em < http://www.br-ie.org/pub/index.php/rbie/article/view/1022/1016 >. Acesso em: 07 dez. 2014.

VALENTE, José Armando. **Computadores e conhecimento**: repensando a educação. Campinas: UNICAMP. 1993.

ZABALA, Antoni. A **Prática Educativa:** Como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

APÊNDICE - CADERNO DE ATIVIDADES

ATIVIDADES QUE COMPÕEM O PRODUTO DA DISSERTAÇÃO

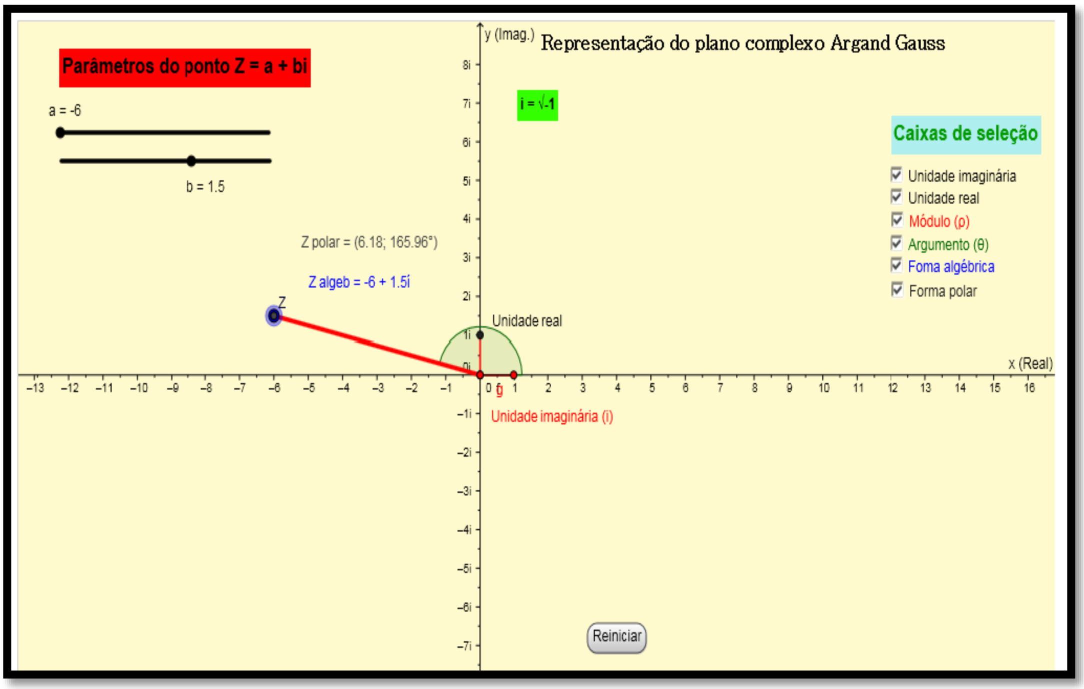
PRIMEIRA ATIVIDADE - INTRODUÇÃO AOS NÚMEROS COMPLEXOS

Objetivos

- Introduzir conceitos básicos da representação no plano complexo da unidade imaginária, unidade real, módulo e argumento.
- Representar as formas cartesiana (par ordenado), algébrica e polar de um número complexo.
- Proporcionar a forma dinâmica da representação de um número complexo no plano.
- Possibilitar, utilizando a dinamicidade do Objeto, a correlação entre as formas de representação algébrica e polar de um número complexo.

Questionário:

Figura 29 - Ambiente informatizado do OA – Primeira Atividade



Fonte: próprio autor

1) Movimente os parâmetros (a) e (b) do ponto Z, observe seu deslocamento na tela e marque a opção que melhor representa sua localização.

a) Localização no eixo real.

b) Localização no eixo imaginário.

c) Localização no plano que corresponde ao par ordenado (b, a).

d) Localização no plano que corresponde ao par ordenado (a, b).

2) Utilizando o ambiente informatizado acima, faça variar os parâmetros (a) e (b), observe o que ocorre com o ponto Z e marque a opção que representa a relação entre o conjunto dos números reais e o conjunto dos números complexos.

a) O conjunto dos reais contido no conjunto dos imaginários.

b) O conjunto dos complexos contido no conjunto dos reais.

c) O conjunto dos reais contido no conjunto dos complexos.

d) O conjunto dos reais pertencente ao conjunto dos complexos.

3) Com a caixa "módulo" habilitada, um segmento em vermelho aparece na tela. Calcule a medida desse segmento (m) quando: m_1 (a= 3, b= 4) e m_2 (a= -3, b= -4). Marque a opção que representa, respectivamente, as medidas dos segmentos m_1 e m_2.

a) $m_1 = 5$ e $m_2 = -5$

b) $m_1 = 5$ e $m_2 = 5$

c) $m_1 = 7$ e $m_2 = 1$

d) $m_1 = 7$ e $m_2 = -7$

4) Com a caixa "módulo" e a "argumento" habilitadas, um ângulo entre eixo x e o módulo de Z aparecerá na tela. Qual das expressões abaixo representa esse ângulo (argumento)?

a) arctang(b/a)

b) arctang(a/b)

c) arcsen(a)

d) arcsen(b)

5) Habilitando as caixas "forma algébrica" e "forma polar", o ponto Z aparecerá representado nas duas formas. Movimente os parâmetros (a) e (b), observe as alterações e marque a opção que melhor relaciona essas duas formas.

a) Só se relacionam quando o parâmetro (b) for nulo e (a) positivo.

b) Só se relacionam quando o ponto Z se encontra na origem.

c) Essas formas de representação de Z não se relacionam.

d) Relacionam-se em qualquer situação, pois a forma polar está em função de (a) e (b).

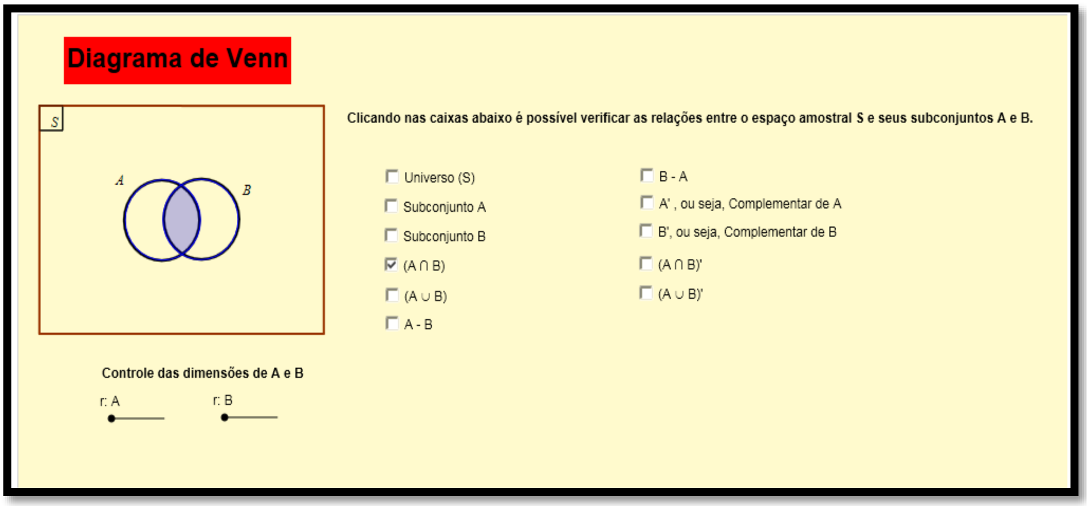
SEGUNDA ATIVIDADE - OPERAÇÕES COM NÚMEROS COMPLEXOS

Objetivos

- Ampliar a visão em relação aos conjuntos numéricos.
- Operar algébrica e geometricamente com números complexos.
- Identificar geometricamente que o vetor soma pode ser representado pela diagonal do paralelogramo formado pelos vetores Z_1 e Z_2 como sendo dois lados consecutivos.
- Verificar algébrica e geometricamente que vetor produto tem módulo igual ao produto dos módulos de Z_1 e Z_2 e que o argumento do vetor produto é igual à soma dos argumentos de Z_1 e Z_2.
- Verificar algébrica e geometricamente que o vetor quociente tem módulo igual ao quociente dos módulos de Z_1 e Z_2 e que o argumento do vetor quociente é igual à diferença dos argumentos de Z_1 e Z_2.
- Com foco nas futuras aplicações, verificar geometricamente que a potência da unidade imaginária (i) serve como um operador útil para rotacionar um vetor em 90º no sentido anti-horário.
- Identificar que há relações entre os módulos e argumentos de Z_1 e suas raízes.
- Identificar as relações existentes entre o módulo de Z_1 e o módulo de suas raízes.

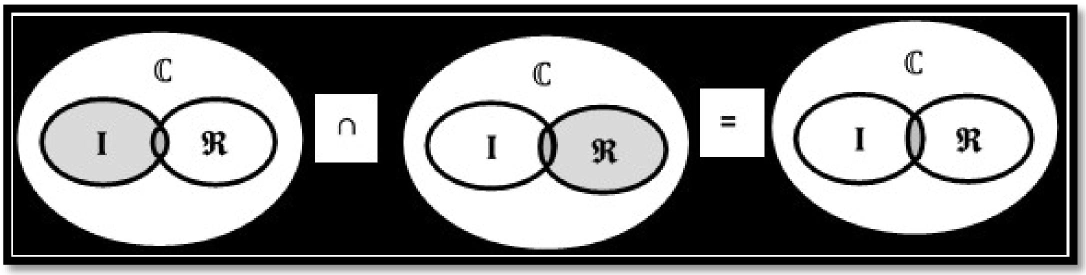
Primeiro Questionário

Ambiente informatizado do 1ª questionário da Segunda Atividade

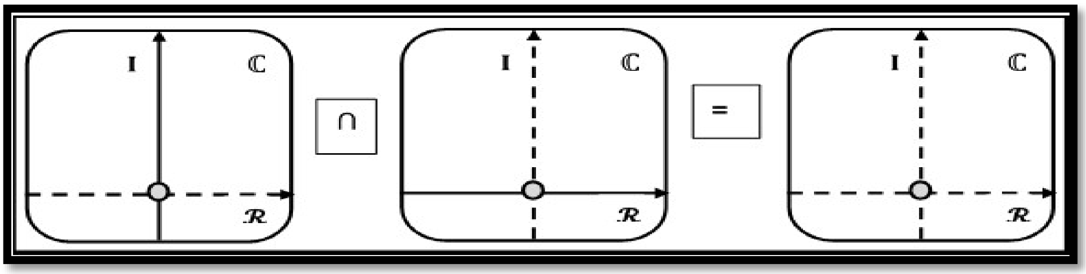


Exemplo de representação (diagrama e plano bidimensional), conforme figura a seguir, da relação **(C ∩ I) ∩ R = {0}** em que: **C** = Números complexos, **I** = Números imaginários, **R** =Números reais.

Representação em diagramas

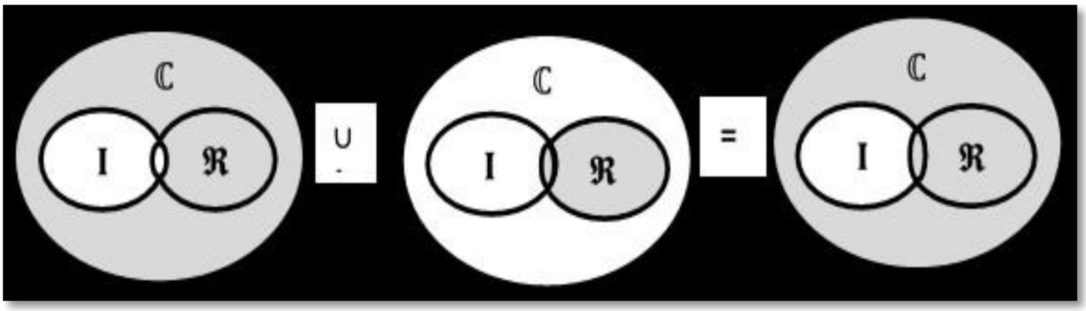


Representação no plano bidimensional



Utilize o Ambiente Informatizado e os exemplos acima e escolha a relação que representa os diagramas ou planos nos seguintes itens:

1)



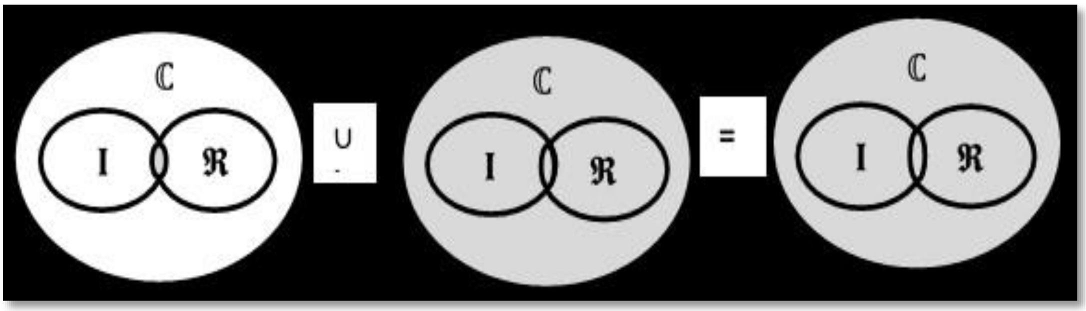
a) (C - I) ᴜ R = I

b) (C - R) ᴜ I = C*

c) (C - I) ᴜ R = (C - I*)

d) (C - R) ᴜ I = (C - R*)

2)



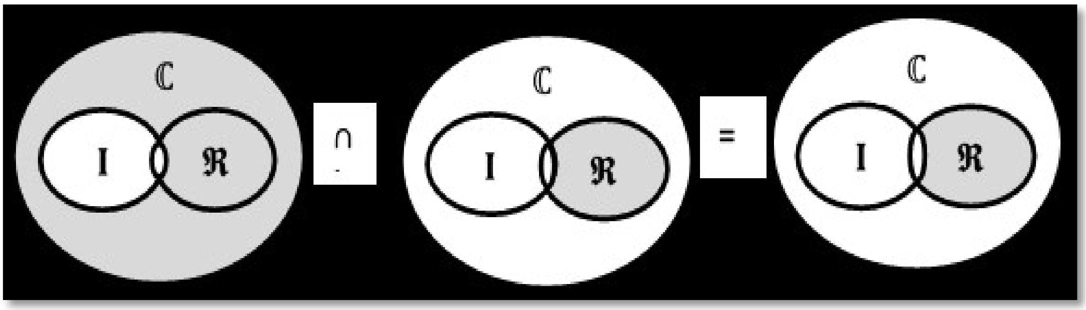
a) (R ∩ I) ᴜ C = R

b) (R ∩ C*) ᴜ I = R*

c) (R ∩ C) ᴜ I = C*

d) (R ∩ I) ᴜ C = C

3)



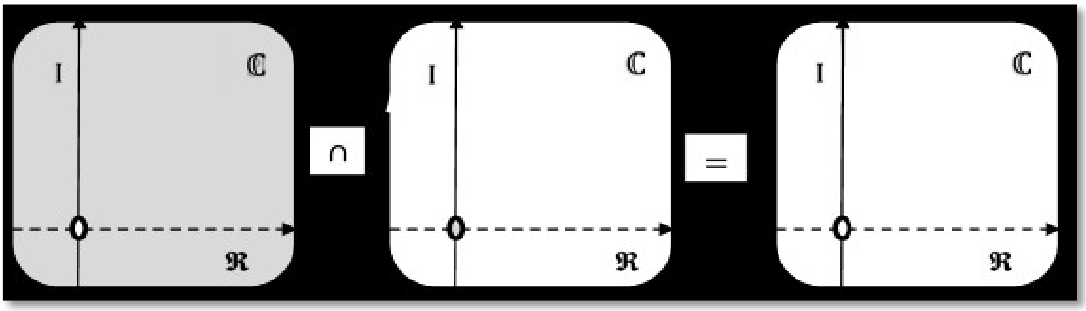
a) (R - I*) ∩ R* = R*

b) (C - I) ∩ R* = R*

c) (C - I*) ∩ R = R*

d) (C - R) ∩ I * = I *

4)



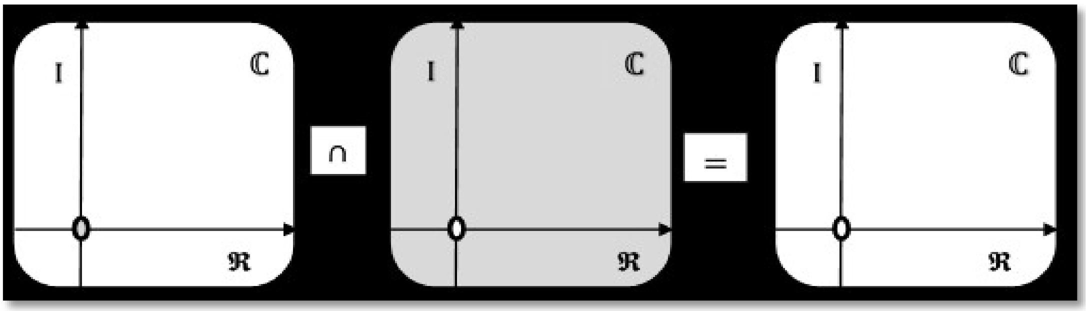
a) (C ∩ R*) ∩ I = I

b) (C - R*) ∩ I *= I

c) (C - R) ∩ I = I*

d) (C ∩ I*) ∩ R = I

5)



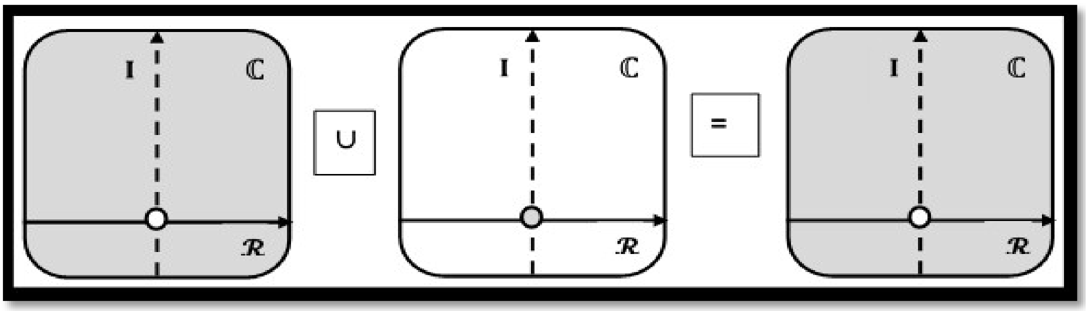
a) (I υ R) ∩ R* = (C* - R)

b) (I υ R) ∩ C* = R*

c) (I υ R) ∩ R* = C*

d) (I υ R) ∩ C* = (I* υ R*)

6)



a) (C - I) υ R = (C - I*)

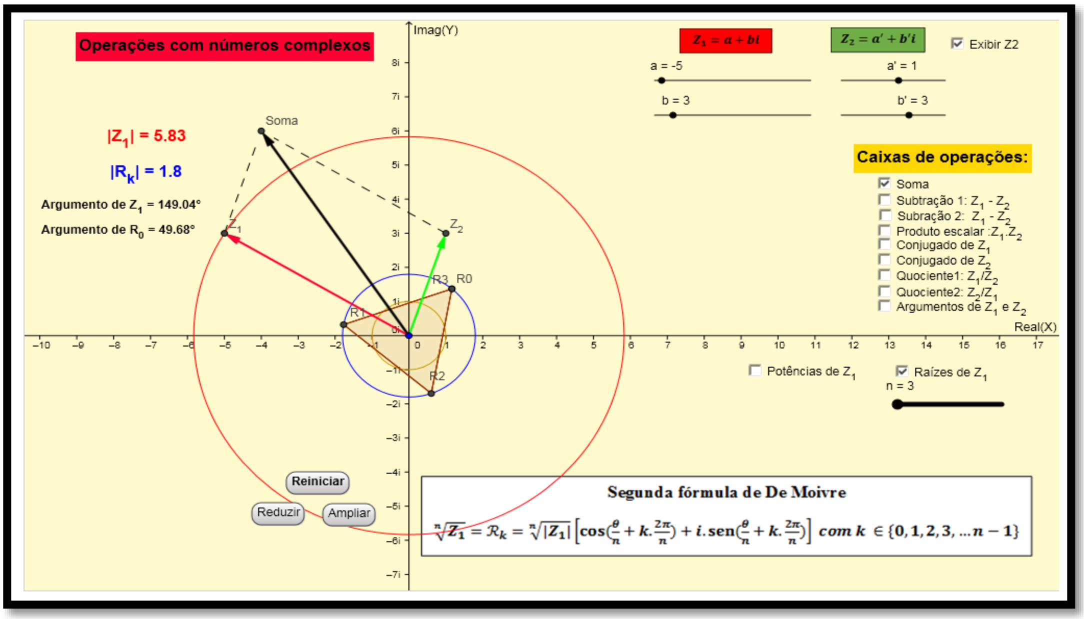
b) (C - I) υ R = C

c) (C - R) υ I = C

d) (C - R) υ I = C*

Segundo Questionário da Segunda Atividade

Ambiente informatizado do 2ª questionário da Segunda Atividade



1) Habilite a caixa "soma", movimente os parâmetros dos pontos Z_1 e Z_2, localizados no canto superior direito da tela, observe o comportamento geométrico e marque a opção que melhor complementa, respectivamente, os itens abaixo:

i. A soma de dois números reais;(...)

ii. A soma de dois números imaginários puros;(...)

iii. A Relação geométrica representada pelo vetor soma;(...)

a) (é outro número real), (é outro imaginário puro), (representa a diagonal do paralelogramo em que o vetor de Z_1 e Z_2 representa dois lados consecutivos).

b) (é número imaginário puro), (é um número real), (representa a diagonal do paralelogramo em que o vetor de Z_1 e Z_2 representa dois lados consecutivos).

c) (é outro complexo qualquer), (é outro imaginário puro), (representa a diagonal do quadrado em que o vetor de Z_1 e Z_2 representa dois lados consecutivos).

d) (é outro número real), (é um número complexo qualquer), (representa a diagonal do losango em que o vetor de Z1 e Z2 representa dois lados consecutivos).

2) Considerado que a subtração de dois números complexos (Z_1 - Z_2) equivale a somar, nesta ordem (Z_1 + (- Z_2)), faça variar os parâmetros e marque a opção que descreve a relação entre os vetores que representam as subtrações Z_1 - Z_2 e Z_2 - Z_1.

a) O vetor "subtração 1" é igual ao vetor "subtração 2".

b) O vetor "subtração 1" representa o conjugado do vetor "subtração 2".

c) Não há relação entre os vetores que representam as subtrações.

d) Os vetores "subtração1" e "subtração 2" que representam as subtrações dos números complexos Z_1-Z_2 e Z_2-Z_1 são opostos entre si.

3) Utilize o ambiente informatizado acima, Faça comparações entre o comportamento algébrico e geométrico do vetor que representa o produto escalar de Z_1 e Z_2 quando se alteram os parâmetros dos mesmos. Marque a opção abaixo que complementa, respectivamente, os itens:

i. O produto escalar de dois números reais; (...)

ii. O produto escalar de dois números imaginários puros; (...)

iii. Relação entre o argumento do vetor "produto escalar" e os argumentos dos vetores de Z_1 e Z_2 .

iv. Relação entre o módulo do vetor produto escalar e os módulos dos vetores de Z_1 e Z_2.

a) (é um outro número real), (é outro número imaginário puro), (o argumento do vetor produto é igual ao produto dos argumentos de Z_1 e Z_2), (o módulo do vetor produto é igual à soma dos módulos de Z_1 e Z_2).

b) (é um outro número real), (é número real), (o argumento do vetor produto escalar é igual à soma dos argumentos de Z_1 e Z_2), (o módulo do vetor produto escalar é igual ao produto dos módulos de Z_1 e Z_2).

c) (é um complexo qualquer), (é outro número imaginário puro), (o argumento do vetor produto é igual ao produto dos argumentos de Z_1 e Z_2), (o módulo do vetor produto é igual à soma dos módulos de Z_1 e Z_2), (os vetores "subtração1" e "subtração 2" que representam as subtrações dos números complexos Z_1-Z_2 e Z_2-Z_1 são opostos entre si).

d) (é um número imaginário puro), (é outro número imaginário puro), (o argumento do vetor produto é igual ao produto dos argumentos de Z_1 e Z_2), (os módulo do vetor produto é igual à soma dos módulos de Z_1 e Z_2).

4) Fazendo comparações entre o comportamento algébrico e geométrico dos vetores que representam os quocientes Z_1/Z_2 e Z_2/Z_1 quando se alteram os parâmetros dos mesmos, marque a alternativa falsa:

a) O quociente entre dois números reais diferentes de zero é um imaginário puro.

b) O quociente entre dois números imaginários puros, diferentes de zero, é um número real.

c) O módulo do vetor quociente Z_1/Z_2 é igual ao quociente dos módulos de Z_1 sobre Z_2, com $Z_2 \neq 0$.

d) O argumento do vetor quociente Z_1/Z_2 é igual à diferença dos argumentos de Z_1 e Z_2, nessa ordem.

5) Habilitando a caixa "Potências de Z_1" aparecerá na tela uma barra de controle deslizante que serve para alterar o valor do expoente **n** e uma imagem com a primeira fórmula de De Moivre e, ao mesmo tempo, a representação vetorial da potência de Z_1 que pode ser modificada quando se altera os parâmetros do ponto Z_1 ou o expoente **n**'. Observando a fórmula e o comportamento geométrico do vetor "Potências de Z_1" quando se alteram suas variáveis, fica evidente que o módulo do vetor "Potências de Z_1" equivale ao módulo de Z_1 elevado ao expoente **n** e, o argumento das "Potências de Z_1" equivale ao argumento de Z_1 **n'** vezes. Utilizando os recursos disponíveis na tela, qual das alternativas abaixo explica o comportamento geométrico quando elevamos a unidade imaginária (i) a um expoente natural **n'**?

a) O vetor unitário ganha uma rotação de 90º no sentido horário a cada alteração unitária e positiva do expoente **n**'.

b) O vetor unitário ganha uma rotação de 180º no sentido anti-horário a cada alteração unitária e positiva do expoente **n**'.

c) O vetor unitário ganha uma rotação de 180º no sentido horário a cada alteração unitária e positiva do expoente **n**'.

d) O vetor unitário ganha uma rotação de 90º no sentido anti-horário a cada alteração unitária e positiva do expoente **n**'.

6) Habilitando a caixa "Raízes de Z_1", aparecerá na tela uma barra para alterar o valor do índice **n** da raiz e uma imagem com a segunda fórmula de De Moivre e, ao mesmo tempo, a representação poligonal das raízes de Z_1, que pode ser modificada quando se alteram os parâmetros de Z_1 ou do índice **n**. Observando a fórmula e o comportamento geométrico do polígono cujos vértices representam as "Raízes de Z_1" quando se alteram suas variáveis, fica evidente que há relações entre as variáveis de Z_1 e suas Raízes. Marque a opção que responde corretamente as seguintes questões:

i. Que relação existe entre o $|Z_1|$ e o $|R_k|$?

ii. Em que situações temos o $|Z_1|$ igual ao $|R_k|$?

iii. Em que situações temos o $|Z_1|$ menor que o $|R_k|$?

iv. Que relação existe entre o argumento de Z_1 e o argumento da primeira raiz (R_0)?

a) i) O $|Z_1|$ é igual ao dobro do $|R_k|$. ii) Quando $|Z_1|=|R_k|=2$. iii) Quando $0<|Z_1|<2$. iv) O argumento de Z1 é igual a **n** vezes o argumento de R_0.

b) i) O $|Z_1|$ é igual ao $|R_k|$ n vezes. ii) Quando $|Z_1|=|R_k|=1$. iii) Quando $0<|Z_1|<1$. iv) O argumento de Z_1 é igual a **n** vezes o argumento de R0.

c) i) O $|Z_1|$ é igual ao $|R_k|$ 4 vezes. ii) Quando $|Z_1|=|R_k|=1$. iii) Quando $0 < |Z_1| < 1$. iv) O argumento de Z_1 é igual a 4 vezes o argumento de R0.

d) i) O $|Z_1|$ é igual ao $|R_k|$ 3 vezes. ii) Quando $|Z_1|=|R_k|=1$. iii) Quando $0<|Z_1|<3$. iv) O argumento de Z_1 é igual a 3 vezes o argumento de R_0.

TERCEIRA ATIVIDADE – APLICAÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ASSOCIAÇÃO DE IMPEDÂNCIAS.

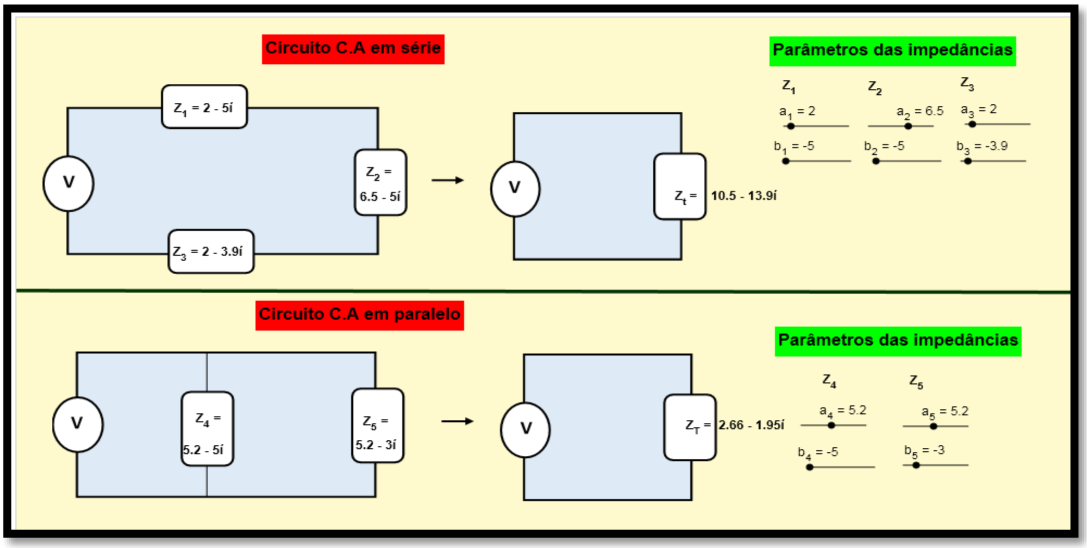
Objetivos

Todas as operações matemáticas envolvidas na resolução da Terceira Atividade foram abordadas na Segunda Atividade: soma, subtração, produto escalar vetorial e divisão. O objetivo da Atividade está na aplicação.

Cada elemento Z do circuito é representado por um número complexo, e essa condição, juntamente com a omissão proposital da relação de equivalência, proporciona condições para os estudantes responderem um questionário envolvendo as operações de adição e subtração entre números complexos. A figura a seguir representa o ambiente informatizado da terceira atividade.

Questionário:

Ambiente informatizado da Terceira Atividade



1) Movimentando os parâmetros das impedâncias do circuito CA em série e observando o que acontece com a impedância total do circuito equivalente, marque a relação que representa a impedância total do circuito.

a) $Z_1 + Z_2 - Z_3$

b) $Z_1 - Z_2 + Z_3$

c) $Z_1 + Z_2 + Z_3$

d) $Z_1 - Z_2 - Z_3$

2) Sabendo-se que um circuito CA é indutivo quando a impedância complexa total tem como coeficiente da parte imaginária maior zero, utilize o circuito CA em série, considere Z_1=2+2i e Z_2=4 - 3i e marque a opção que representa a condição da impedância Z_3 para que o circuito seja indutivo.

a) O coeficiente da parte imaginária de Z_3 maior que zero.

b) O coeficiente da parte imaginária de Z_3 maior que 3.

c) O coeficiente da parte imaginária de Z_3 menor que 2.

d) O coeficiente parte imaginária de Z_3 maior que 1.

3) Sabendo-se que um circuito CA é capacitivo quando a impedância complexa total tem como coeficiente da parte imaginária menor zero, utilize o circuito CA em série, considere Z_1=3 - 2i e Z3=4+5i e marque a opção que representa a condição da impedância Z_2 para que o circuito seja capacitivo.

a) O coeficiente da parte imaginária de Z_2 igual a zero.

b) O coeficiente da parte imaginária de Z_2 maior que 1.

c) O coeficiente da parte imaginária de Z_2 menor que -3.

d) O coeficiente da parte imaginária de Z_2 entre -2 e 0.

4) Sabendo-se que um circuito CA é puramente resistivo quando a impedância total tem a parte complexa nula (zero), utilize o circuito CA em série, considere Z_2=6 - 3i e Z_3=4+2i e marque a opção que representa a condição da impedância Z_1 para que o circuito seja puramente resistivo com exatamente 12Ω.

a) Z_1 = 5 + 4i

b) Z_1 = 4 - 2i

c) Z_1 = 6 - 3i

d) Z_1 = 2 + i

5) Movimentando os parâmetros das impedâncias do circuito CA em paralelo e observando o que acontece com a impedância total do circuito equivalente, qual das relações complexas abaixo representa a impedância total do circuito?

a) (Z_4.Z_5) / (Z_4 + Z_5)

b) (Z_4 + Z_5) / (Z_4. Z_5)

c) (Z_4.Z_5) / (Z_4 - Z_5)

d) (Z_4 - Z_5)

6) Utilizando o circuito CA em paralelo e considerando Z_4=6 – 3i, qual seria o valor de Z_5 para que o circuito seja puramente resistivo?

a) $Z_5 = 5 + 2i$

b) $Z_5 = 7 - 2i$

c) $Z_5 = 6 + 3i$

d) $Z_5 = 5 - 4i$

7) Alterando os parâmetros das impedâncias Z_4 e Z_5 do circuito CA em paralelo, percebe-se que existe uma relação entre Z_4 e Z_5 que torna o circuito puramente resistivo. Qual das relações abaixo representa essa relação?

a) Z_4 sendo o oposto de Z_5.

b) Z_4 sendo igual Z_5.

c) Não existe relação ente Z_4 e Z_5.

d) Z_4 sendo o conjugado Z_5.

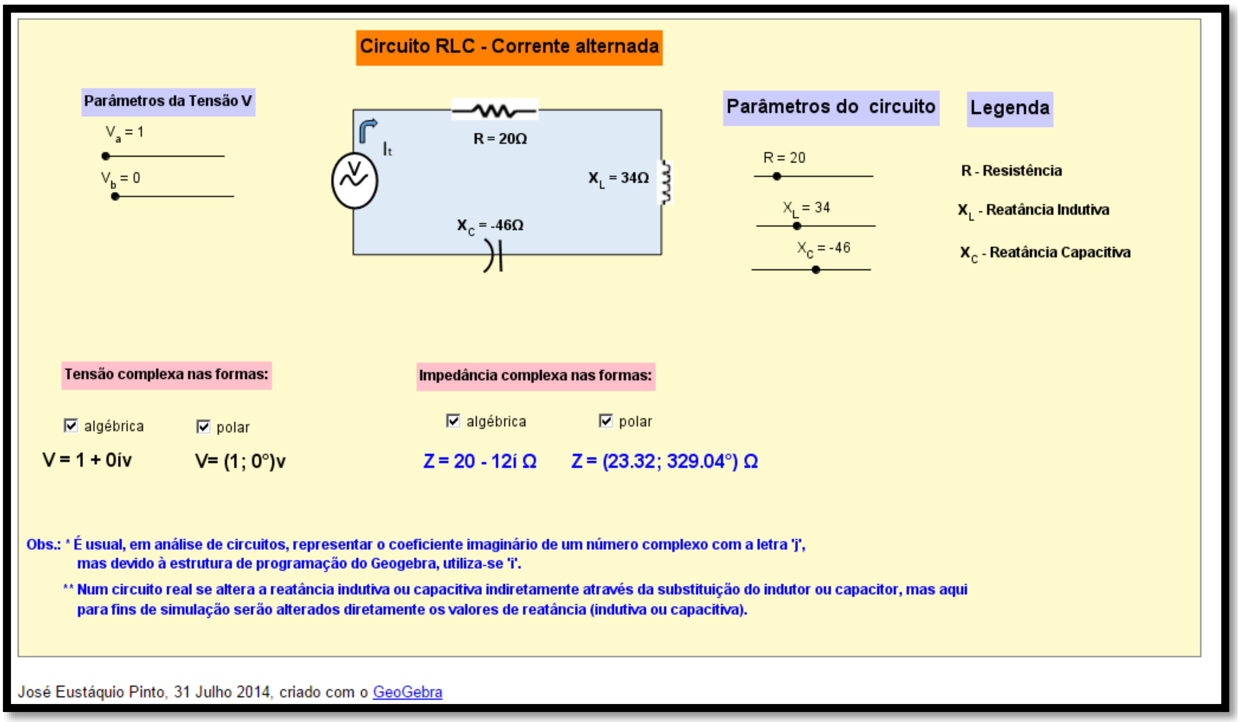
QUARTA ATIVIDADE - APLICAÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ANÁLISE DE CIRCUITOS RLC EM SÉRIE.

Objetivos

Todas as operações matemáticas envolvidas na resolução da Quarta Atividade foram abordadas na Segunda Atividade: soma, subtração, produto escalar de dois vetores e divisão. O objetivo da Atividade está na aplicação.

Questionário:

Ambiente informatizado do OA da Quarta Atividade



1) Marque a opção que representa a impedância complexa (Z) do circuito, na forma algébrica, considerando: R = 30 Ω, XL= 50 Ω e XC = -20 Ω.

a) Z= 30 + 70i Ω

b) Z= 30 + 30i Ω

c) Z= 80 – 20i Ω

d) Z= -20 + 70iΩ

2) Marque a opção que representa a impedância complexa (Z) do circuito, na forma polar, considerando: R = 10 Ω, XL= 80 Ω e XC = -100 Ω.

a) Z= (12.36, 208.85°)Ω

b) Z= (15.38, 26.57°)Ω

c) Z= (25.36, 196.5°)Ω

d) Z= (22.36, 296.57°)Ω

3) A impedância complexa Z do circuito está em função de quais elementos do circuito?

a) Resistência e Reatância indutiva.

b) Resistência e Reatância capacitiva.

c) Reatância indutiva e Reatância capacitiva.

d) Resistência, Reatância indutiva e Reatância capacitiva.

4) O coeficiente da parte imaginária da impedância Z do circuito é representada por qual expressão?

a) $R + X_L$

b) $R + X_C$

c) $X_L + X_C$

d) $X_L - X_C$

5) Considerando o circuito com os seguintes elementos: V=(100 + 0i)v , R=20Ω , X_L=100Ω e X_C = -100Ω. Marque a opção que representa a corrente complexa desse circuito:

a) I = (5, 0°) A

b) I = (4, 45°) A

c) I = (2, -45°) A

d) I = (4, 0°) A

6) Considerando o circuito com os seguintes elementos: V=(100 + 0i)v, R= 40 Ω, X_L=50 e X_C= -20, marque a opção que representa a corrente complexa desse circuito.

a) I = (5, -36°) A

b) I = (2, 36.87°) A

c) I = (2, -36.87°) A

d) I = (4, 36.87°) A

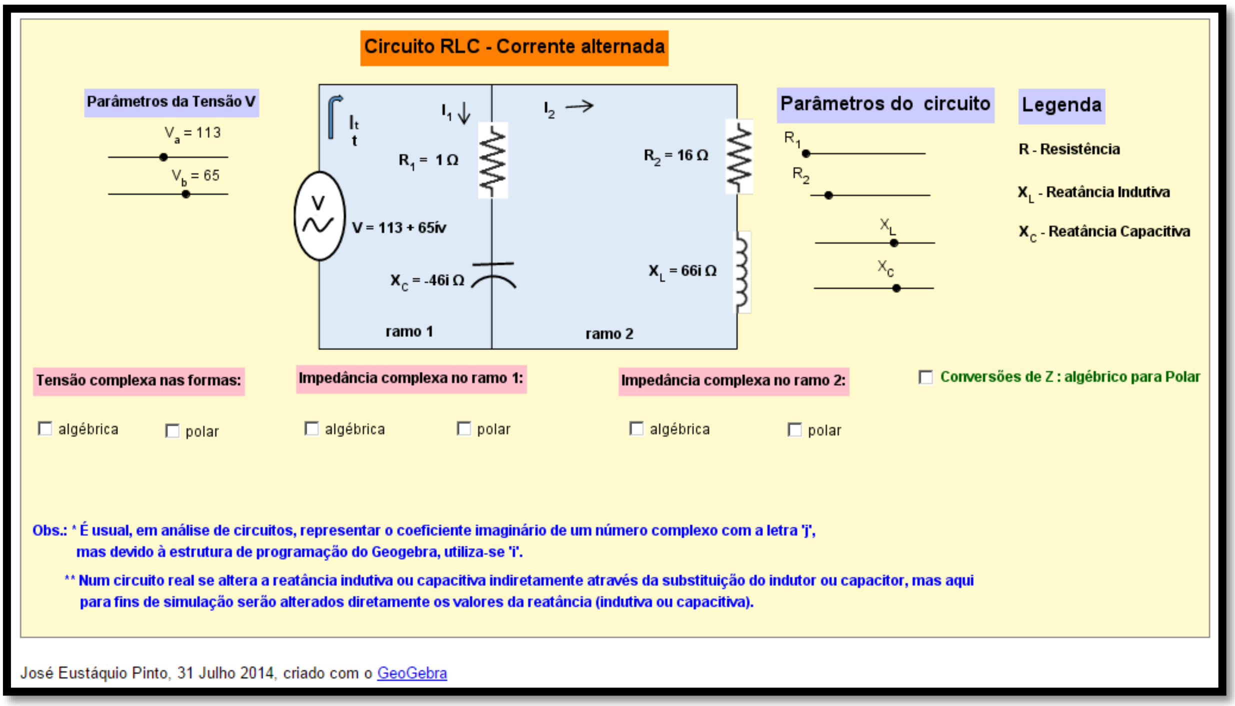
QUINTA ATIVIDADE - APLICAÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ANÁLISE DE CIRCUITOS RLC EM PARALELO.

Objetivos

Todas as operações matemáticas envolvidas na resolução da Quinta Atividade foram abordadas na Segunda Atividade: soma, subtração, produto escalar de dois vetores, divisão. O objetivo da Atividade está na aplicação.

Questionário:

Ambiente informatizado da Quinta Atividade



1) Marque a opção que representa a impedância complexa (Z) no ramo 1 do circuito, na forma polar, considerando: $R_1 = 40\ \Omega$ e $X_C = -30\ \Omega$.

a) Z= (50, 208.85°) Ω

b) Z= (80, 26.57°) Ω

c) Z= (50, 323.13°) Ω

d) Z= (80, 296.57°) Ω

2) Marque a opção que representa a impedância complexa (Z) no ramo 2 do circuito, na forma polar, considerando: R2 = 40 Ω e XL = 30 Ω.

a) Z= (50, 108.56°) Ω

b) Z= (90, 45.00°) Ω

c) Z= (60, 322.13°) Ω

d) Z= (50, 36.87°) Ω

3) Sabendo-se que a impedância equivalente de outras duas em paralelo pode ser encontrada segundo a relação: $Z= (Z_1.Z_2)/(Z_1+Z_2)$, em que Z_1= impedância do ramo 1 e Z_2= impedância do ramo 2, marque a alternativa que representa a impedância equivalente (Z) do circuito, considerando os parâmetros dos dois primeiros itens.

a) Z= (31.25, 45°) Ω

b) Z= (31,25, 0°) Ω

c) Z= (61.35, 0°) Ω

d) Z= (61.35, 45°) Ω

4) Marque a opção abaixo que representa a corrente $\mathbf{I_1}$, considerando os parâmetros de impedância do primeiro item e tensão complexa V= (100 + 0i) v.

a) I = (5, 36.87°) A

b) I = (4, 45°) A

c) I = (2, 36.87°) A

d) I = (2, 45°) A

5) Marque a opção abaixo que representa a corrente $\mathbf{I_2}$, considerando os parâmetros de impedância do segundo item e tensão complexa V = (100 + 0i) v .

a) I = (5, 36.87°) A

b) I = (2, 323,13°) A

c) I = (2, 36.87°) A

d) I = (4, 45°) A

6) Sabendo-se que a corrente total desse circuito equivale à soma ($\mathbf{I_1 + I_2}$), qual das alternativas abaixo representa a corrente total do circuito considerando os parâmetros do 4º e 5º item?

a) I = (6, 100°) A

b) I = (3, 100°) A

c) I = (4, 0°) A

d) I = (3.2, 0°) A

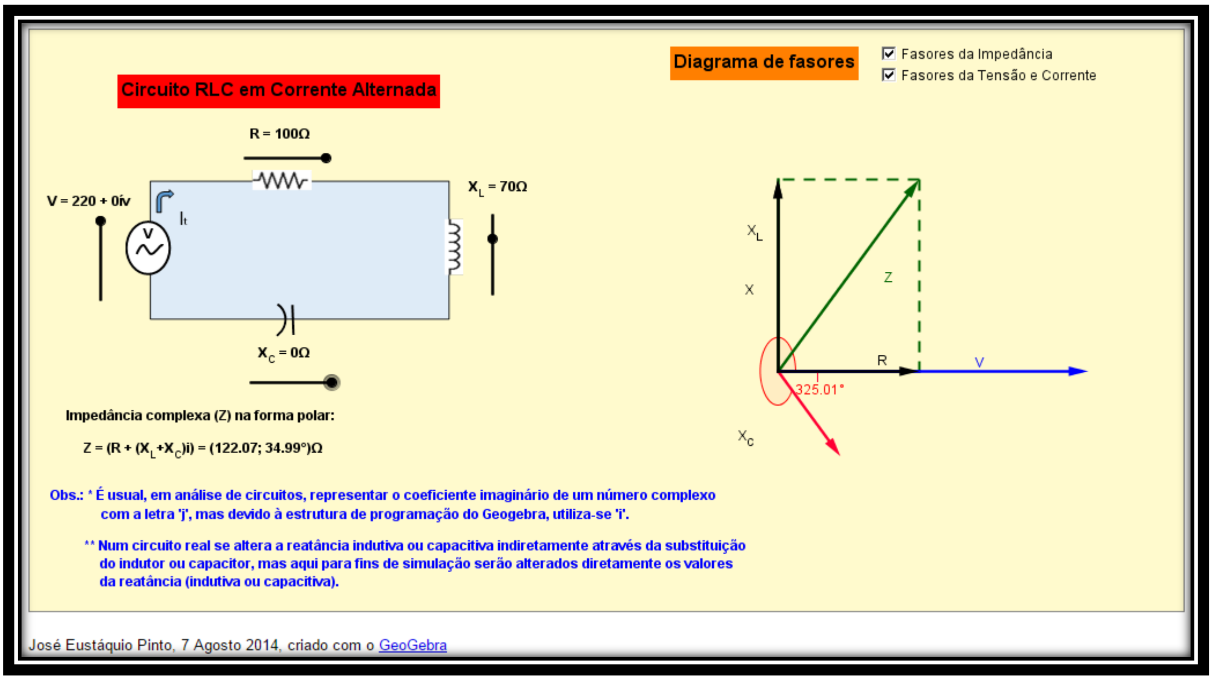
SEXTA ATIVIDADE - APLICAÇÃO DOS NÚMEROS COMPLEXOS NA ANÁLISE DE CIRCUITOS RLC COM REPRESENTAÇÃO FASORIAL.

Objetivos

Todas as operações matemáticas envolvidas na resolução da Sexta Atividade foram abordadas na Segunda Atividade: soma, subtração, produto escalar de dois vetores, divisão. O objetivo da Atividade está na aplicação e representação do fasores.

Questionário:

Ambiente informatizado da Sexta Atividade



1) Movimentando os parâmetros das impedâncias do circuito e observando o que acontece com os fasores da impedância, marque a opção que estabelece a condição para que o circuito seja puramente resistivo.

a) Quando $X_C > X_L$

b) Quando $X_C + X_L = 0$

c) Quando $X_C < X_L$

d) Quando $X_C + X_L \neq 0$

2) Observe o que acontece com os fasores da Tensão e Corrente do circuito e marque a opção que representa a condição para que o fasor da corrente fique em fase com o vetor da tensão.

3)

a) Quando $X_C > X_L$

b) Quando $X_C + X_L = 0$

c) Quando $X_C < X_L$

d) Quando $X_C + X_L \neq 0$

4) Considerando os parâmetros da impedância: R = 50Ω, X_C = -80Ω e X_L = 30Ω, o que se pode afirmar observando o fasor da Corrente em relação ao fasor da Tensão do circuito?

a) Que a corrente está atrasada em 60°.

b) Que a corrente está atrasada em 45°.

c) Que a corrente está adiantada em 6º.

d) Que a corrente está adiantada em 45°.

5) Considerando os parâmetros da impedância: R = 50Ω, X_C = -30Ω e X_L = 80Ω, o que se pode afirmar observando o fasor da Corrente em relação ao fasor da Tensão do circuito?

a) Que corrente está atrasada em 60°.

b) Que corrente está atrasada em 45°.

c) Que corrente está adiantada em 60°.

d) Que corrente está adiantada em 45°.

6) Observando os parâmetros das impedâncias da terceira e quarta questão, perceber-se que a diferença está na oposição dos valores da reatância capacitiva (X_C) e indutiva (X_L) do circuito. Analisando o posicionamento do fasor da corrente nas duas questões, qual é a relação complexa existente entre eles?

a) Oposto.

b) Inverso.

c) Conjugado.

d) Não há relação.

7) Considerando uma tensão complexa V= (160 + 0i)v e os parâmetros da impedância: $R=40\Omega$, $X_C = -80\Omega$ e $X_L= 40\Omega$, marque a opção que representa a Corrente complexa desse circuito.

a) I = (4 , 45°) A

b) I = (2.83 , 45°) A

c) I = (4 , -45°) A

d) I = (2.83 , -45°) A