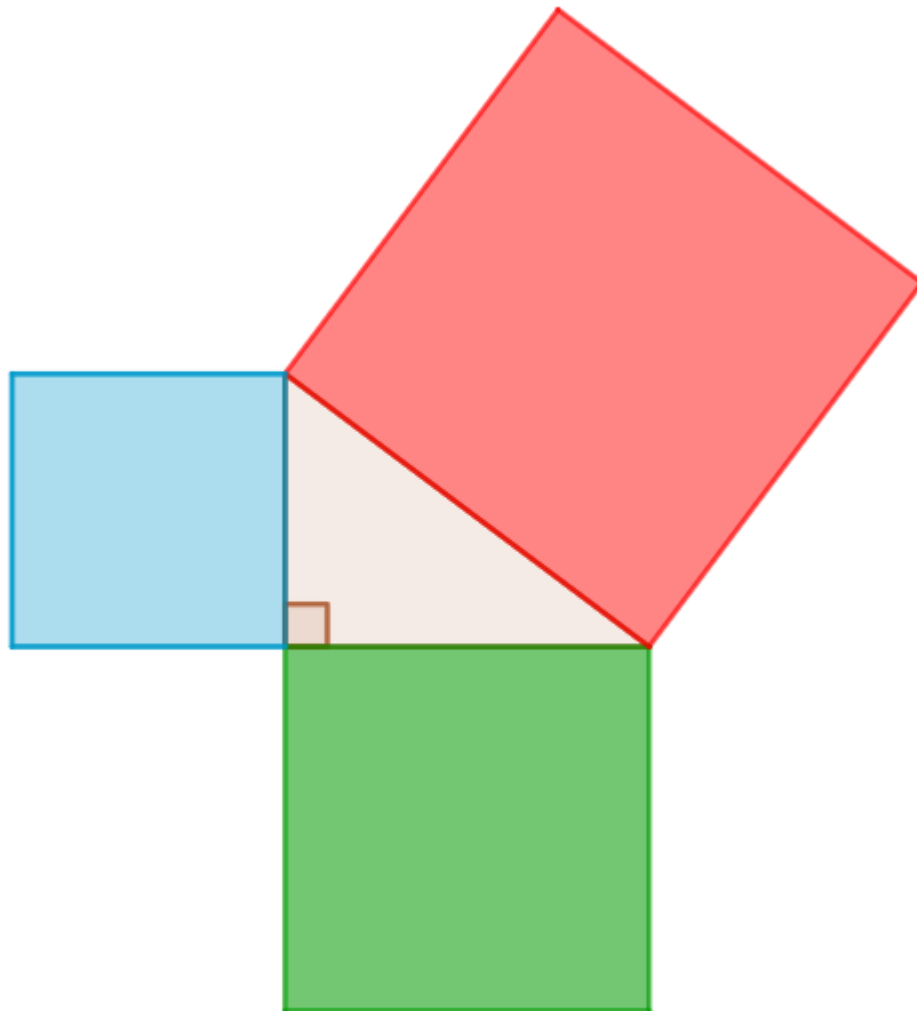


Construindo significados para o Teorema de Pitágoras utilizando Resolução de Problemas



CADERNO DE ATIVIDADES

ORGANIZAÇÃO: Kátia Aquino Santos

ORIENTAÇÃO: Eliane Scheid Gazire

2018

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	2
2. O TEOREMA DE PITÁGORAS	2
2.1. UM POUCO SOBRE A HISTÓRIA E VIDA DE PITÁGORAS	2
3. INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	4
4. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES	6
4.1. ATIVIDADE 1.....	10
4.2. ATIVIDADE 2.....	13
4.3. ATIVIDADE 3.....	15
4.4. ATIVIDADE 4.....	17
4.5. ATIVIDADE 5.....	19
4.6. ATIVIDADE 6.....	21
4.7. ATIVIDADE 7.....	31
4.8. ATIVIDADE 8.....	32
4.9. ATIVIDADE 9.....	33
4.10. ATIVIDADE 10	34
4.11. ATIVIDADE 11	35
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	37

1. INTRODUÇÃO

Este caderno de atividades foi elaborado a partir da pesquisa de mestrado **Construindo Significados para o Teorema de Pitágoras Utilizando Resolução de Problemas**, cujos objetivos foram verificar se é possível promover uma aprendizagem significativa do Teorema de Pitágoras, utilizando diferentes metodologias que enfatizam o uso de materiais concretos e recursos tecnológicos, e como essas metodologias podem contribuir para uma efetiva aprendizagem desse teorema.

Para o desenvolvimento da pesquisa, foi feito um levantamento bibliográfico e elaborada uma sequência de atividades para a demonstração e aplicação do teorema, que foram aplicadas em uma turma de 9º ano do Ensino Fundamental. Estas atividades foram baseadas nas metodologias de investigação matemática e resolução de problemas.

Espera-se que as atividades propostas neste caderno seja um apoio para os professores de matemática que acreditam na potencialidade das metodologias propostas e que contribuam efetivamente com o processo de ensino-aprendizagem do Teorema de Pitágoras.

2. O TEOREMA DE PITÁGORAS

O Teorema de Pitágoras é uma relação existente nos triângulos retângulos que pode ser enunciada da seguinte maneira: a soma das áreas dos quadrados sobre os catetos é igual à área do quadrado sobre a hipotenusa. Acredita-se que este teorema já era conhecido pelos babilônios, mais de um milênio antes, mas Pitágoras foi o primeiro a dar uma demonstração dele. Não se sabe ao certo que tipo de demonstração ele utilizou, mas pelos indícios, foi uma demonstração por decomposição. (EVES, 2004, p.103)

2.1. UM POUCO SOBRE A HISTÓRIA E VIDA DE PITÁGORAS

Pitágoras foi um matemático, filósofo, profeta e místico, nascido em uma das ilhas do Dodecaneso, no leste do mar Egeu, Grécia, mais especificamente na ilha de Samos, por volta de 580 a.C. A biografia de Pitágoras permanece obscura devido à perda de documentação e pelo fato de que a escola fundada por ele era secreta. Os membros da escola, conhecidos como

pitagóricos, contribuíram significativamente com várias descobertas matemáticas, porém os créditos eram dados ao mestre Pitágoras. Os pitagóricos espalhavam as crenças do mestre por quase todo o mundo grego, embora vários conceitos provavelmente foram oriundos de outros povos. Há fortes indícios de que até mesmo o teorema, que leva o nome de Pitágoras, veio dos babilônios. A homenagem a Pitágoras se justifica porque acreditava-se que os pitagóricos foram os primeiros a dar uma demonstração dele. (BOYER e MERZBACH, 2012, p.55-56)

Pitágoras viveu por um tempo no Egito e após algumas viagens extensas retornou a Samos, onde encontrou a Jônia sob o domínio persa. Devido a isso, resolveu emigrar para o porto marítimo de Crotona, uma colônia grega localizada no sul da Itália, onde fundou a escola pitagórica. A escola era secreta e utilizada como um centro de estudo de filosofia, matemática e ciências naturais, além de ritos cerimoniais. A irmandade que foi construída influenciou tanto com as tendências aristocráticas que forças democráticas do sul da Itália destruíram os prédios da escola e fez com que os pitagóricos se dispersassem. Mas, mesmo assim, a irmandade continuou a existir por mais dois séculos. Acredita-se que Pitágoras fugiu para Metaponto, onde morreu com idade entre setenta e cinco e oitenta anos. (EVES, 2004, p. 97)

A escola pitagórica tinha como lema que a “causa última das várias características do homem e da matéria são os números inteiros” (EVES, 2004, p. 97). Por isso os pitagóricos exaltavam o estudo das propriedades dos números e da aritmética, juntamente com a geometria, a música e a astronomia. (EVES, 2004, p. 97)

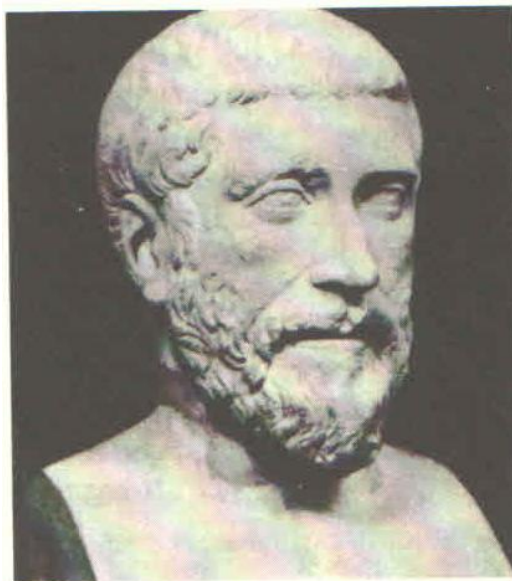


Figura 1: Pitágoras (Coleção David Smith) (EVES, 2004, p.98)

3. INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

O ensino da Matemática atualmente é visto de duas maneiras distintas. Os professores alegam ser ela uma disciplina importante para a formação crítica e intelectual de quem a aprende. A maioria dos alunos a consideram uma matéria difícil, fora da realidade, abstrata e que os tornam insatisfeitos com os resultados negativos no final do ano letivo. Talvez, o motivo para tal descontentamento e dificuldades seja a forma com que a matemática é apresentada aos alunos. Na maioria das vezes observa-se um ensino tradicional, baseado na transmissão de regras e conceitos abstratos. Libâneo (1994) define o ensino tradicional como sendo:

O ensino é entendido como repasse de idéias do professor para a cabeça do aluno; os alunos devem compreender o que o professor transmite, mas apenas com a finalidade de reproduzir a matéria transmitida. Com isso, a aprendizagem se torna mecânica, automática, associativa, não mobilizando a atividade mental, a reflexão e o pensamento independente e criativo dos alunos. (p.61)

Nesse sentido pode-se dizer que não houve aprendizagem, que não houve ensino, uma vez que não foi dado ao aluno condições para que ele construa seu conhecimento. (LORENZATO, 2010, p. 3)

Para possibilitar um estudo mais dinâmico da matemática, de forma a estabelecer uma boa relação entre o conhecimento e o saber de forma prazerosa, desenvolver a comunicação, o pensamento crítico e, acima de tudo, uma aprendizagem significativa, é necessário buscar por metodologias que fazem com que os alunos sejam ativos no processo de ensino. Cândido, *apud* Schneider (2006), diz que

Falar em aprendizagem significativa é assumir o fato de que aprender possui um caráter dinâmico, o que requer ações de ensino direcionadas para que os alunos aprofundem e ampliem os significados que elaboram mediante suas participações nas atividades de ensino e aprendizagem. (p.92)

A metodologia baseada na experimentação e investigação colabora significativamente com o processo de ensino e com a construção do conhecimento matemático, como afirma Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p.10). Segundo Lorenzato, “Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois, na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar.” (2010, p.72). Ainda segundo Lorenzato, “A descoberta pode não ser o caminho mais curto ou rápido para o

seu ensino, mas é o mais eficiente para a aprendizagem. É interessante notar que a descoberta possibilita a reconstrução do conhecimento, quando necessário, porque valoriza a compreensão.” (2010, p.82)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais destacam alguns objetivos para o Ensino Fundamental e, dentre eles, a capacidade de

questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. (BRASIL, 1998, p. 8)

Esse objetivo apontado pelo PCN de Matemática se refere à utilização de práticas investigativas e resolução de problemas, que possibilitam aos alunos o desenvolvimento do raciocínio. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 10)

Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração.

Para utilizar a metodologia da investigação matemática na sala de aula, alguns passos devem ser seguidos, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2013). O momento inicial da aula é de extrema importância, uma vez que será dado a introdução da atividade a ser desenvolvida de modo a garantir o entendimento e o sentido da atividade, bem como o que se espera dos alunos no decorrer da aula. O segundo passo é o desenvolvimento da atividade, que pode ser feita individualmente, em pares ou grupos. Nesse momento o professor deve agir como mediador das ideias apresentadas pelos alunos e orientá-los caso seja necessário, mas deixando que eles pensem e discutam entre os colegas suas conjecturas. Por último, porém não menos importante, chega o momento da discussão e socialização das conclusões. O professor deve atuar como moderador e estimular os alunos a questionarem e expor todas as ideias apresentadas durante a investigação. É um momento de sistematização das principais ideias e reflexão da atividade realizada.

Aliada à investigação matemática, a pesquisa foi desenvolvida baseando-se também na metodologia de resolução de problemas. Kilpatrick (2017, p.164) reflete em seu trabalho que

considera a resolução de problemas em Matemática como um processo de investigação. Segundo Allevato e Onuchic (2014, p.35), a resolução de problemas é considerada o “coração” da atividade matemática, que proporciona a construção de novos conhecimentos pelo próprio aluno. Ainda segundo as autoras, “Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor.” (ALLEVATO e ONUCHIC, 2014, p.40)

Para a utilização desta metodologia de resolução de problemas, o professor deve partir de um problema que seja desafiador, antes mesmo de apresentar o conteúdo que pretende trabalhar com os alunos. Ele deve agir apenas como mediador das ideias apresentadas pelos alunos e não pode prescrever métodos ou regras para se chegar à solução. (ALLEVATO e ONUCHIC, 2014, p.44)

De acordo com Pólya, *apud* Kilpatrick (2017, p.181), há dois tipos de problemas: os problemas de rotina e os de não rotina. Os problemas de não rotina exigem mais dos alunos, que eles sejam criativos e exploradores. Os problemas de rotina podem até ser necessários e eficientes no ensino da Matemática, mas é imprescindível que os professores trabalhem com os alunos os problemas de não rotina, que proporcionam o triunfo da descoberta.

Allevato e Onuchic apresentam uma sugestão para a utilização da metodologia de resolução de problemas, indicando que a organização das atividades ocorra em dez etapas:

(1) Proposição do problema, (2) leitura individual, (3) leitura em conjunto, (4) resolução do problema, (5) observar e incentivar, (6) registro das resoluções na lousa, (7) plenária, (8) busca do consenso, (9) formalização do conteúdo, (10) proposição e resolução de novos problemas. (ALLEVATO e ONUCHIC, 2009; ONUCHIC e ALLEVATO, 2011, *apud* ALLEVATO e ONUCHIC, 2014, p.45)

Dessa forma, os alunos são os protagonistas do processo de ensino-aprendizagem.

4. SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

Baseando nas metodologias de investigação matemática e resolução de problemas, e a fim de promover uma aprendizagem significativa do Teorema de Pitágoras, são propostas nesse caderno seis atividades para a demonstração do teorema e cinco atividades com aplicações do

mesmo. De acordo com Bastian (2000, p.18), o Teorema de Pitágoras se constitui em uma importante ferramenta para a resolução de muitos problemas. Além disso existe uma funcionalidade específica desse teorema que, sendo um caso particular da lei dos cossenos, é possível demonstrar sua veracidade e de sua recíproca sem se ater ao caso geral. (BERTÉ, 1995, apud BASTIAN, 2000, p.18)

Demonstrar para os alunos a veracidade do Teorema de Pitágoras é possibilitar a eles um ensino com significados, uma construção do conhecimento. Portanto, não se deve apenas apresentar o seu enunciado e exemplificar com cálculos, como afirma Berté (1995, apud BASTIAN, 2000, p.22). Ainda segundo a autora, fazer a verificação do Teorema de Pitágoras apenas utilizando espécies de quebra-cabeças pode criar uma falsa impressão de que os alunos compreenderam a relação existente entre o quadrado da medida da hipotenusa e a soma dos quadrados das medidas dos catetos em qualquer triângulo retângulo.

Portanto, as atividades propostas para a demonstração do Teorema de Pitágoras são diversificadas, possibilitando sua demonstração desde atividades com quebra-cabeças, até as demonstrações formais. No quadro seguinte são apresentadas essas atividades, com seus objetivos, os materiais utilizados, a organização da turma e a duração da aplicação.

Quadro 1: Atividades desenvolvidas para a demonstração do Teorema de Pitágoras

Atividade	Objetivos	Material utilizado	Organização da turma	Duração
1 - Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando o conceito de área em quadriculações	Demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir do conceito de área em quadriculações; Verificar em que situações o teorema se aplica.	Papel quadriculado, lápis, régua, tesoura, cola e lápis de cor.	Individual	100 minutos (duas aulas geminadas)
2 - Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando um quebra-cabeça	Demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir da construção de um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo, com peças divididas nos quadrados	Quebra-cabeça impresso, lápis de cor, régua, tesoura e cola.	Individual	50 minutos

Continua

Continuação

Atividade	Objetivos	Material utilizado	Organização da turma	Duração
	desenhados sobre os catetos.			
3 - Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando um quebra-cabeça – demonstração feita por Henry Perigal	Demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir da construção de um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo, com peças divididas nos quadrados desenhados sobre os catetos.	Quebra-cabeça impresso, lápis de cor, régua, tesoura e cola.	Individual	50 minutos
4 - Demonstração do Teorema de Pitágoras pelo método desenvolvido por Bháskara	Demonstrar o Teorema de Pitágoras de maneira mais formal utilizando a decomposição de figuras, método desenvolvido por Bháskara.	Folha impressa com quatro triângulos retângulos congruentes, lápis de cor, tesoura e cola.	Individual	50 minutos
5 - Demonstração do Teorema de Pitágoras a partir da semelhança de figuras	Apresentar uma demonstração formal do Teorema de Pitágoras, utilizando os conceitos de semelhança de figuras.	Régua, lápis e borracha.	Individual	30 minutos
6 - Generalização do Teorema de Pitágoras	Generalizar o Teorema de Pitágoras para quaisquer figuras semelhantes desenhadas sobre os catetos e sobre a hipotenusa.	Software GeoGebra.	Em duplas	100 minutos (duas aulas geminadas)

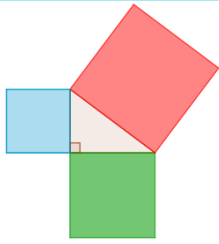
Além das atividades para a demonstração do Teorema de Pitágoras, foram elaboradas cinco atividades com aplicações do teorema, com o objetivo de contextualizar o conteúdo e dar

sentido ao ensino do mesmo. A seguir são apresentadas essas atividades, com seus objetivos, organização da turma e duração da aplicação.

Quadro 2: Atividades desenvolvidas com aplicações do Teorema de Pitágoras

Atividade	Objetivos	Organização da turma	Duração
7 - Aplicação do teorema de Pitágoras na construção civil	Identificar a utilização do Teorema de Pitágoras para o cálculo do desnível de um terreno.	Em duplas	50 minutos
8 - Aplicação do teorema de Pitágoras na construção civil	Utilizar o Teorema de Pitágoras na construção de paredes perpendiculares o que, na linguagem dos pedreiros, significa colocar a casa no esquadro.	Em duplas	50 minutos
9 - Aplicação do teorema de Pitágoras na física	Utilizar o Teorema de Pitágoras no cálculo de forças atuantes em um corpo.	Em duplas	50 minutos
10 - Aplicação do teorema de Pitágoras no cálculo do raio da terra	Utilizar o Teorema de Pitágoras no cálculo da medida aproximada do raio da Terra.	Em duplas	50 minutos
11 - Situações-problema que envolvem o teorema de Pitágoras	Aplicar o Teorema de Pitágoras em diversas situações para o cálculo de medidas.	Em duplas	50 minutos

4.1. ATIVIDADE 1



Atividade 1

Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando o conceito de área em quadriculações

Objetivos: demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir do conceito de área em quadriculações; verificar em que situações o teorema se aplica.

Material utilizado: papel quadriculado, lápis, régua, tesoura, cola e lápis de cor.

Organização da turma: individual.

Duração: 100 minutos (duas aulas geminadas)

Descrição da atividade:

O Teorema de Pitágoras será demonstrado utilizando os conceitos de áreas em quadriculações, conforme apresentado em Santos (2011, p. 12), porém adaptado. Além disso, será explorado a mesma atividade em triângulos não retângulos para que os alunos possam verificar a veracidade, ou não, desse teorema em um triângulo qualquer. Para o desenvolvimento da atividade, os alunos deverão seguir os passos a seguir:

1º passo: desenhar um triângulo retângulo de catetos medindo 3 e 4 unidades em um papel quadriculado, conforme a figura 6:

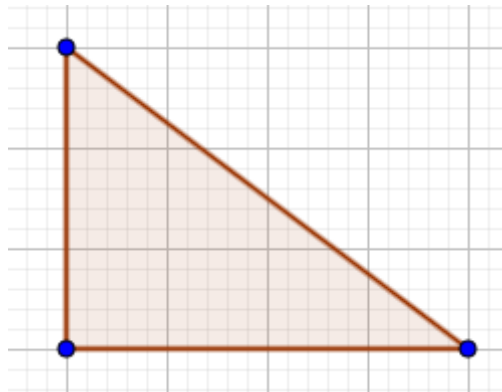


Figura 2: Primeiro passo da atividade 2

2º passo: desenhar os quadrados sobre os catetos do triângulo, colorir as três partes e recortá-las, conforme a figura 7:

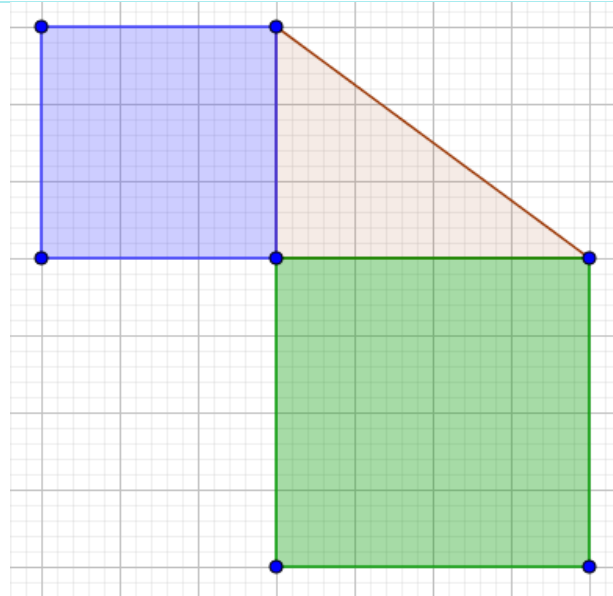


Figura 3: Segundo passo da atividade 2

3º passo: colar o triângulo retângulo no caderno e, sobre a hipotenusa, colar os quadrados unitários de modo a formar um quadrado com a mesma medida da hipotenusa do triângulo, conforme a figura 8:

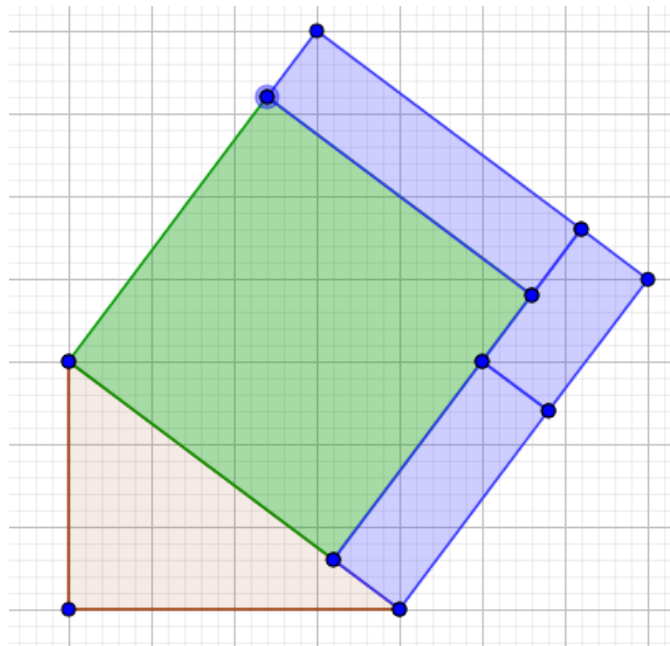


Figura 4: Terceiro passo da atividade 2

Após a conclusão do 3º passo, os alunos deverão responder as 4 questões apresentadas a seguir e, posteriormente, continuar a execução da atividade com a próxima etapa.

QUESTÕES:

1) Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos do triângulo retângulo?

- 2) Calcule a soma dessas medidas e compare o resultado com a medida da área do quadrado construído sobre a hipotenusa do triângulo retângulo.
- 3) Escreva uma conclusão.
- 4) Repita os passos desta atividade, agora desenhando um triângulo retângulo de catetos medindo 5 e 12 unidades. Responda às 3 questões anteriores para este novo triângulo.

Utilizando o papel quadriculado, desenhe agora um triângulo não retângulo e os quadrados sobre dois de seus lados, conforme a figura 9. Em seguida faça o que se pede nas questões.

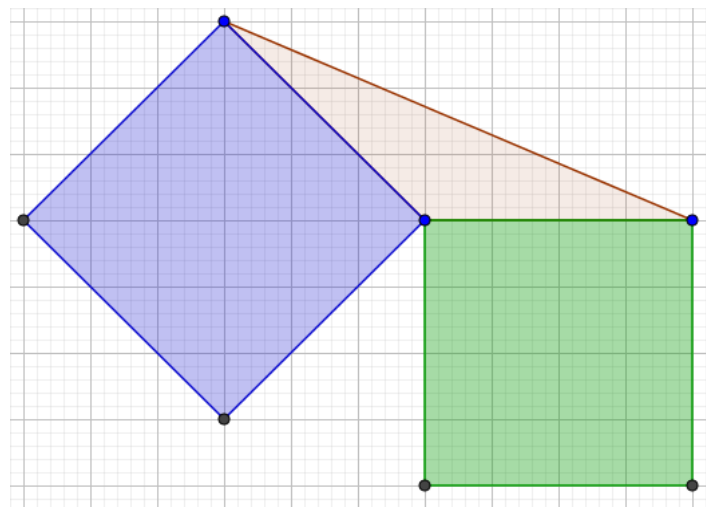
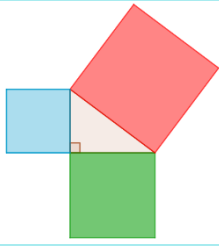


Figura 5: Triângulo obtusângulo

QUESTÕES:

- 5) Recorte o triângulo obtusângulo e cole-o em uma folha. Recorte também os dois quadrados e tente construir um quadrado maior sobre o terceiro lado do triângulo.
- 6) O que você conclui?
- 7) Calcule as medidas das áreas dos dois quadrados desenhados inicialmente sobre os lados do triângulo obtusângulo. Determine a soma dessas áreas e compare com a medida da área de um quadrado desenhado sobre o terceiro lado.
- 8) Escreva um enunciado ou uma regra geral de acordo com suas observações no desenvolvimento desta atividade.

4.2. ATIVIDADE 2



Atividade 2

Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando um quebra-cabeça

Objetivo: demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir da construção de um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo, com peças divididas nos quadrados desenhados sobre os catetos.

Material utilizado: quebra-cabeça impresso, lápis de cor, régua, tesoura e cola.

Organização da turma: Individual.

Duração: 50 minutos

Descrição da atividade:

Cada aluno receberá uma folha com o desenho de um triângulo retângulo e, sobre seus lados, quadrados divididos em algumas peças, conforme a figura abaixo.

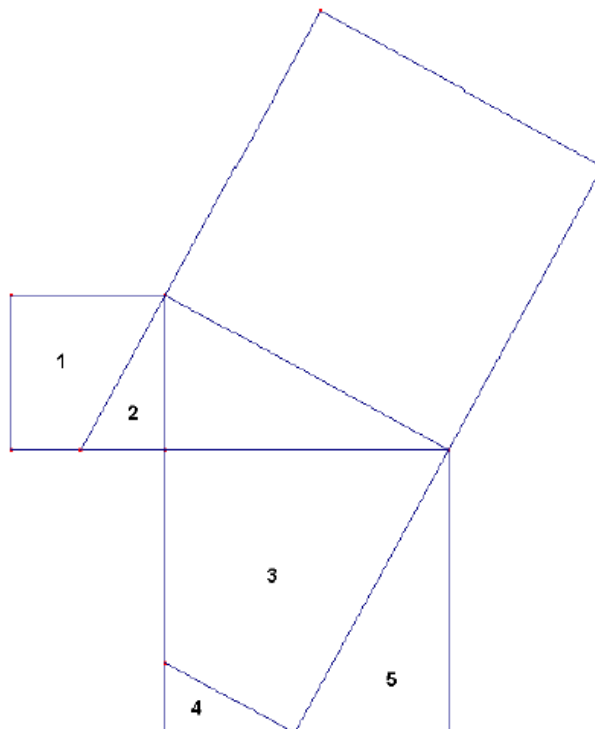


Figura 6: Quebra-cabeça para o desenvolvimento da atividade 3

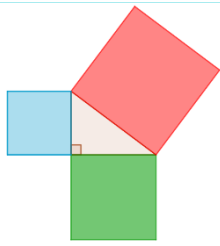
Primeiramente, o triângulo retângulo e as peças obtidas nos dois quadrados menores deverão ser coloridos. Depois, recortar as 5 peças e com elas formar um quadrado. Comparar o

quadrado obtido com o desenhado sobre a hipotenusa do triângulo retângulo e, em seguida, responder às questões propostas.

QUESTÕES:

- 1) Quais são as medidas dos lados do triângulo retângulo?
- 2) Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os lados do triângulo retângulo?
- 3) O que você observou ao montar um quadrado com as peças recortadas?
- 4) Calcule a soma das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos e compare o resultado com a medida da área do quadrado desenhado sobre a hipotenusa.
- 5) Escreva um enunciado ou uma regra geral de acordo com suas observações no desenvolvimento desta atividade.

4.3. ATIVIDADE 3



Atividade 3

Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando um quebra-cabeça – demonstração feita por Henry Perigal

Objetivo: demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir da construção de um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo, com peças divididas nos quadrados desenhados sobre os catetos.

Material utilizado: quebra-cabeça impresso, lápis de cor, régua, tesoura e cola.

Organização da turma: Individual.

Duração: 50 minutos

Descrição da atividade:

Esta atividade será baseada na demonstração do Teorema de Pitágoras com a utilização de um quebra-cabeça, a partir da demonstração feita por Henry Perigal (1801-1898). Essa demonstração ficou conhecida como Dissecção de Perigal, segundo Cavalcanti e Roch (2011, p. 111).

Cada aluno receberá uma folha com o desenho de um triângulo retângulo e, sobre seus lados, quadrados divididos em algumas peças, conforme a figura seguinte:

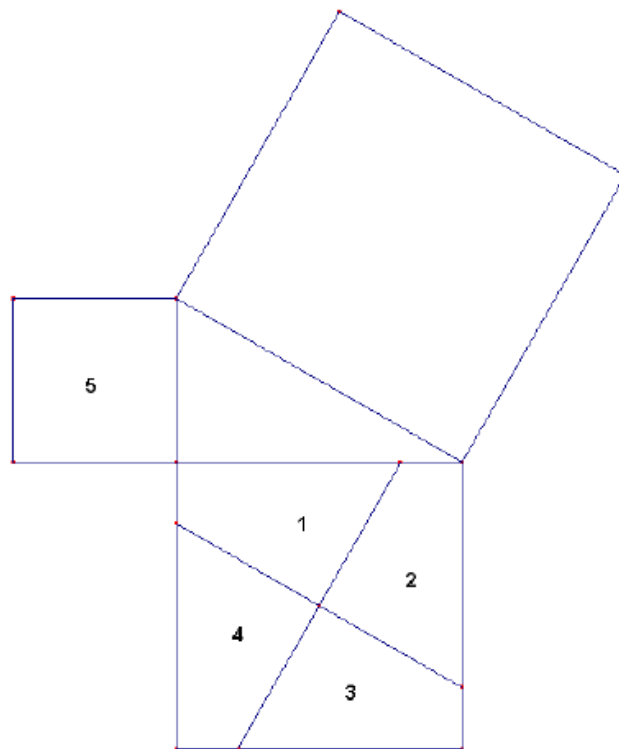


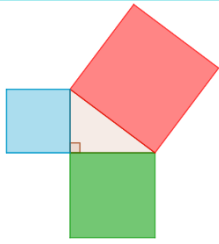
Figura 7: Quebra-cabeça para o desenvolvimento da atividade 4

Primeiramente, o triângulo retângulo, o quadrado menor e as 4 peças obtidas no quadrado desenhado sobre o outro cateto deverão ser coloridos. Depois, recortar o quadrado desenhado sobre o menor cateto e as 4 peças e, com essas 5 peças, formar um quadrado. Comparar o quadrado obtido com o desenhado sobre a hipotenusa do triângulo retângulo e, em seguida, responder às questões propostas.

QUESTÕES:

- 1) Quais são as medidas dos lados do triângulo retângulo?
- 2) Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os lados do triângulo retângulo?
- 3) O que você observou ao montar um quadrado com as peças recortadas?
- 4) Calcule a soma das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos e compare o resultado com a medida da área do quadrado desenhado sobre a hipotenusa.
- 5) Escreva um enunciado ou uma regra geral de acordo com suas observações no desenvolvimento desta atividade.

4.4. ATIVIDADE 4



Atividade 4

Demonstração do Teorema de Pitágoras pelo método desenvolvido por Bháskara

Objetivo: demonstrar o Teorema de Pitágoras de maneira mais formal utilizando a decomposição de figuras, método desenvolvido por Bháskara.

Material utilizado: folha impressa com quatro triângulos retângulos congruentes, lápis de cor, tesoura e cola.

Organização da turma: Individual.

Duração: 50 minutos

Descrição da atividade:

Esta atividade se baseia na demonstração do Teorema de Pitágoras de acordo com a demonstração feita pelo matemático Bháskara, que viveu no século XII. (RIBAS E MATHIAS, 2012, p. 187)

Cada aluno receberá uma folha com quatro triângulos retângulos congruentes, de hipotenusa “a” e catetos “b” e “c”, como os da figura seguinte:

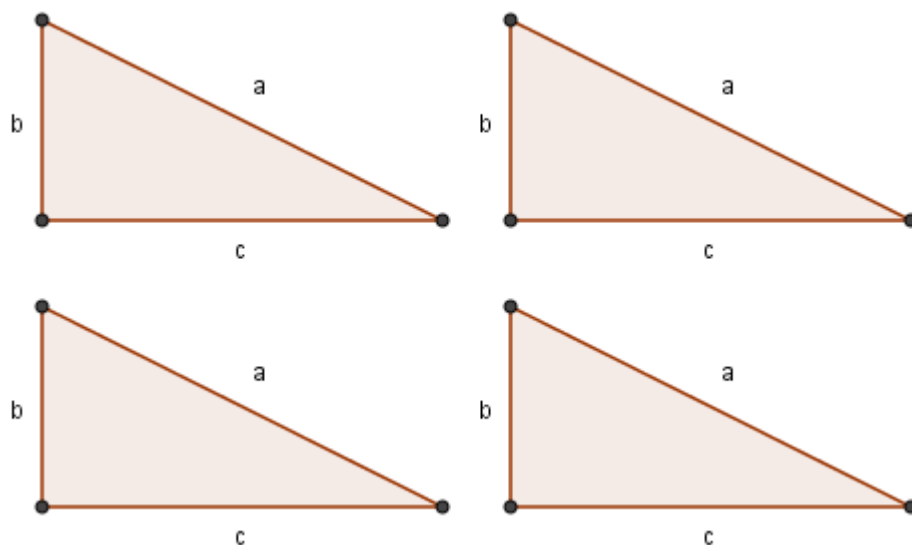


Figura 8: Triângulos retângulos congruentes para a demonstração de Bháskara

Colorir, recortar esses 4 triângulos e colar formando um quadrado, conforme a figura seguinte:

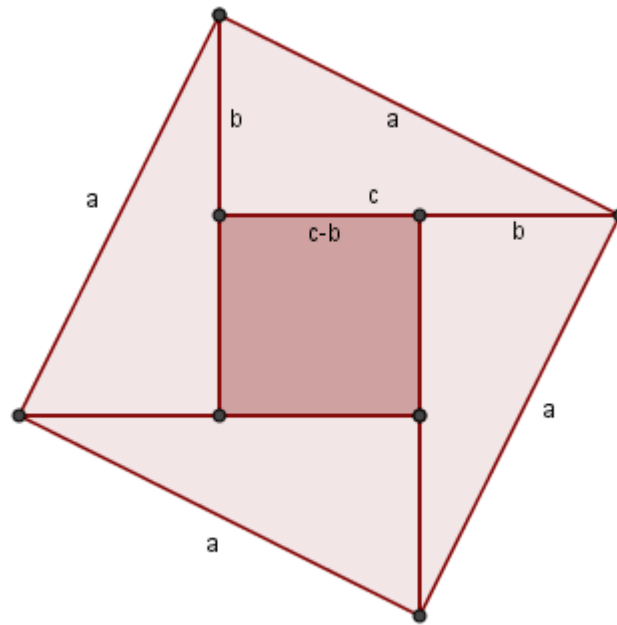


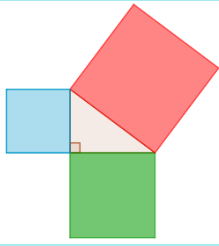
Figura 9: Quadrado obtido a partir de 4 triângulos retângulos congruentes

Após obter a figura anterior, responder às questões propostas.

QUESTÕES

- 1) Como pode ser expressa a área do quadrado de lado “a”?
- 2) Existe outra forma de expressar essa área? Como?
- 3) Como pode ser calculada a área de cada triângulo retângulo da figura?
- 4) Como pode ser expressa a área do quadrado menor, de lado $c - b$?
- 5) Como pode ser expressa a área do quadrado de lado “a” a partir das figuras que o compõe?
- 6) Escreva e desenvolva uma igualdade entre as áreas representadas nas questões 1 e 5.
- 7) Escreva uma conclusão ou uma regra geral a partir de suas observações no desenvolvimento desta atividade.

4.5. ATIVIDADE 5



Atividade 5

Demonstração do Teorema de Pitágoras a partir da semelhança de figuras

Objetivo: apresentar uma demonstração formal do Teorema de Pitágoras, utilizando os conceitos de semelhança de figuras.

Material utilizado: régua, lápis e borracha.

Organização da turma: Individual.

Duração: 30 minutos

Descrição da atividade:

Esta atividade apresenta a demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando a semelhança de triângulos (COSTA, 2013, p. 20). Os alunos devem responder às questões seguintes para acompanhar a demonstração formal do Teorema de Pitágoras utilizando os conceitos da semelhança de triângulos, observando o triângulo retângulo abaixo:

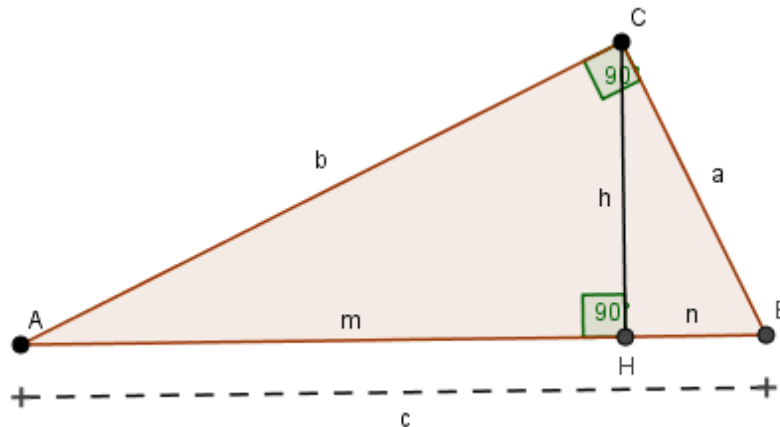


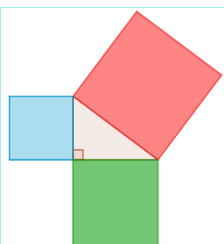
Figura 10: Triângulo retângulo para a demonstração do Teorema de Pitágoras pela semelhança de triângulos

QUESTÕES

- 1) Os triângulos ABC e AHC são semelhantes? E os triângulos ABC e BHC? Justifique sua resposta.
- 2) Qual a relação existente entre os segmentos \overline{AB} , \overline{AH} e \overline{HB} ?
- 3) Qual a relação existente entre os lados homólogos dos triângulos ABC e AHC e dos triângulos ABC e BHC?
- 4) Como estas relações podem ser usadas para demonstrar o Teorema de Pitágoras para o triângulo ABC?

5) Escreva a demonstração do Teorema de Pitágoras.

4.6. ATIVIDADE 6



Atividade 6

Generalização do Teorema de Pitágoras

Objetivo: generalizar o Teorema de Pitágoras para quaisquer figuras semelhantes desenhadas sobre os catetos e sobre a hipotenusa.

Material utilizado: software GeoGebra.

Organização da turma: em duplas.

Duração: 100 minutos (duas aulas geminadas)

Descrição da atividade:

A relação que existe nos triângulos retângulos, considerando os quadrados construídos sobre os catetos e o quadrado construído sobre a hipotenusa, pode ser generalizada para quaisquer figuras semelhantes. Essa generalização do Teorema de Pitágoras foi proposta por George Pólya (1887-1985). (CAVALCANTI E ROCH, 2011, p. 113)

A atividade será desenvolvida no GeoGebra, um software de matemática dinâmica, em que é possível trabalhar com a geometria e a álgebra, baseando no trabalho desenvolvido por Sette (2013). Para tal realização, siga os passos seguintes:

1º passo: abrir o software GeoGebra e construir um triângulo retângulo ABC da seguinte forma:

- ✓ Ao abrir o software GeoGebra você encontrará a seguinte tela

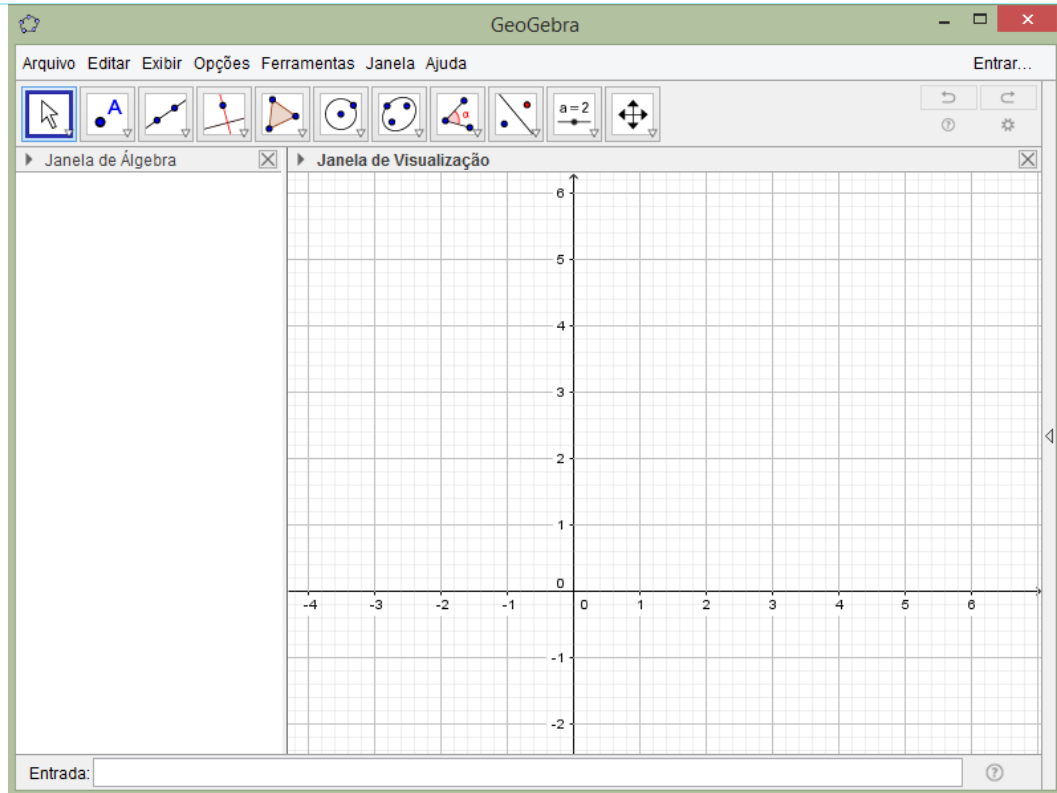


Figura 11: Tela inicial do Geogebra

- ✓ Use a opção polígono e construa um triângulo clicando nos pontos $(0,0)$, $(4,0)$ e $(0,3)$ do plano cartesiano

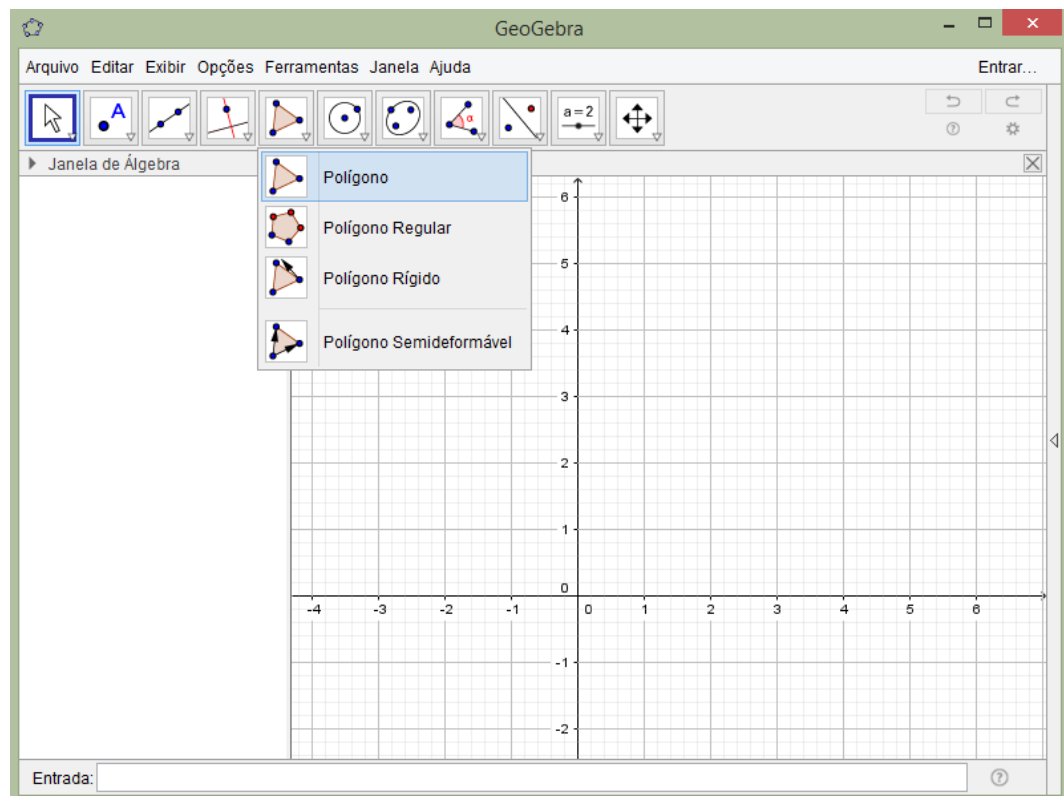


Figura 12: Opção polígono no GeoGebra

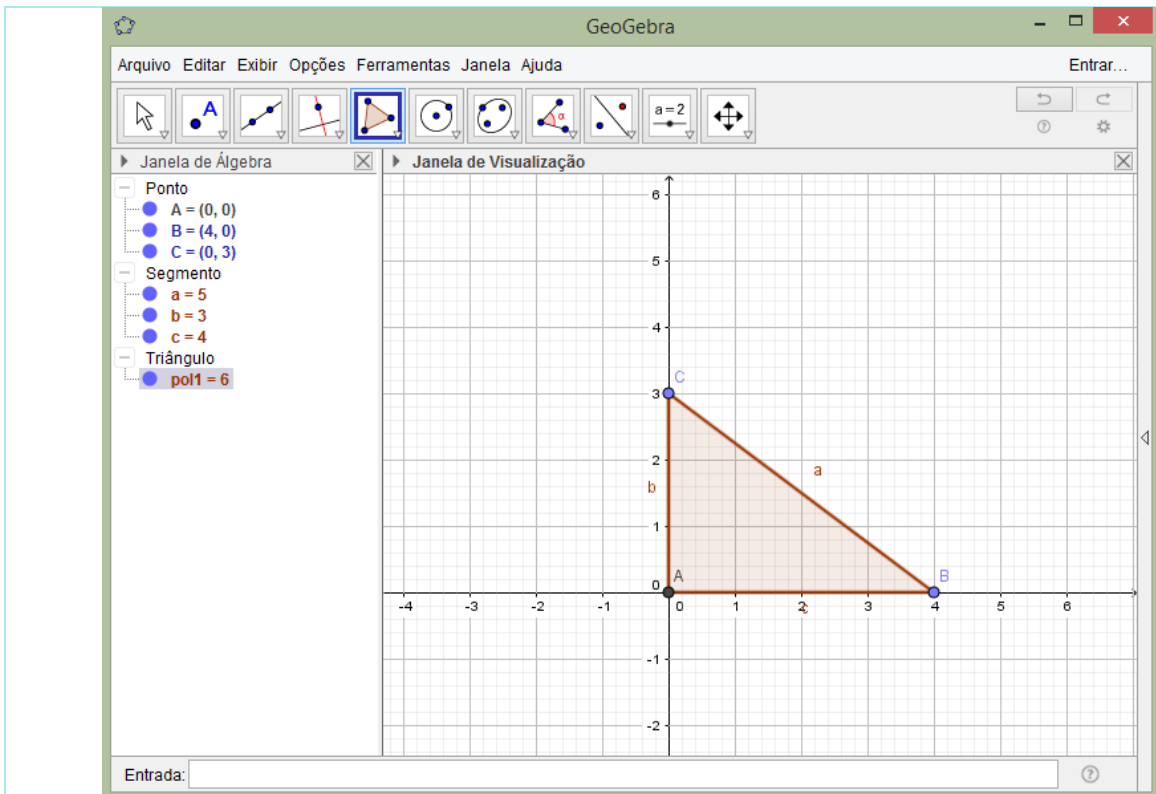


Figura 13: Triângulo retângulo construído no GeoGebra

- ✓ No canto direito da tela, selecionar a opção “Geometria”

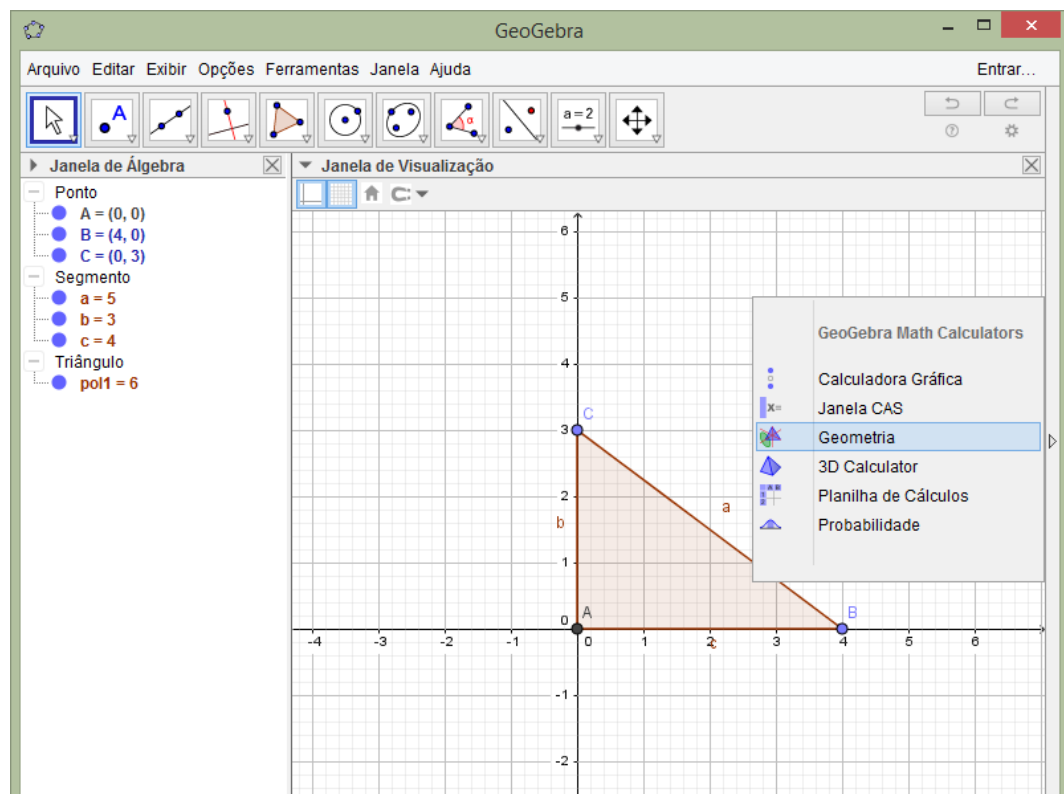


Figura 14: Opção para a tela de geometria no GeoGebra

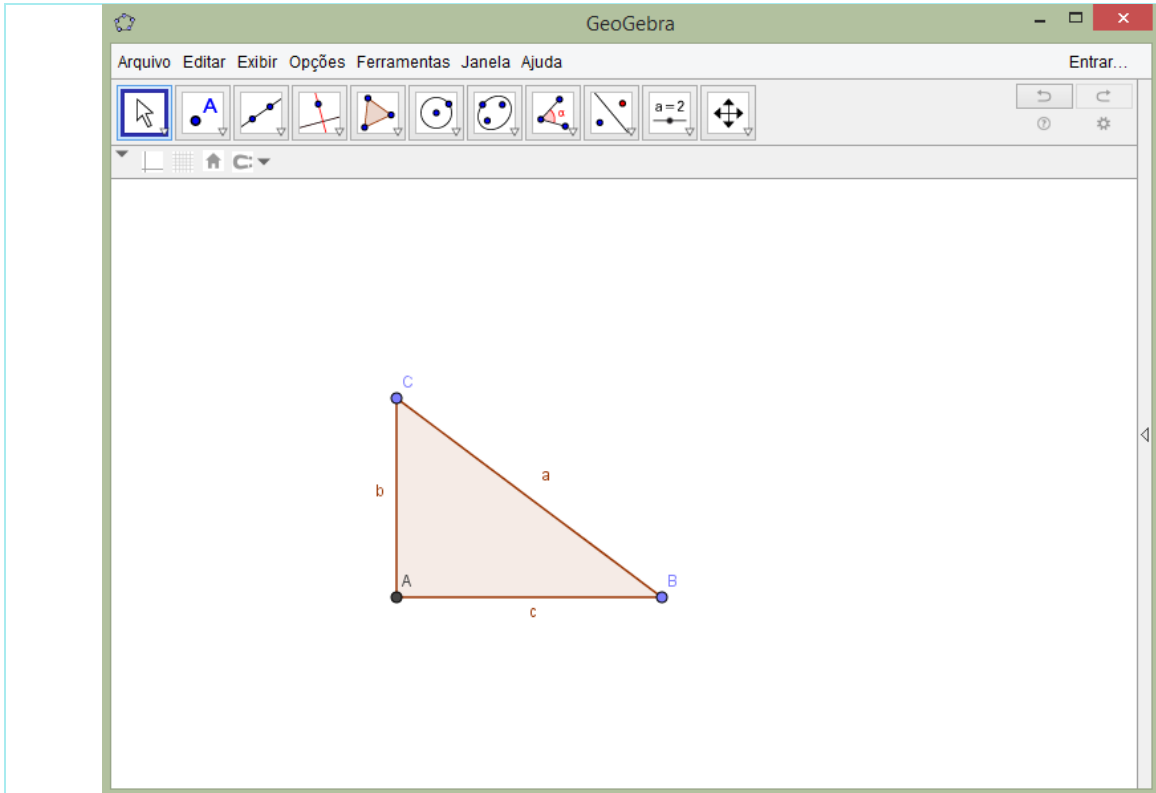


Figura 25: Tela de geometria no GeoGebra

2º passo: desenhar sobre os lados AB, BC e AC triângulos equiláteros, utilizando a ferramenta de polígono regular.

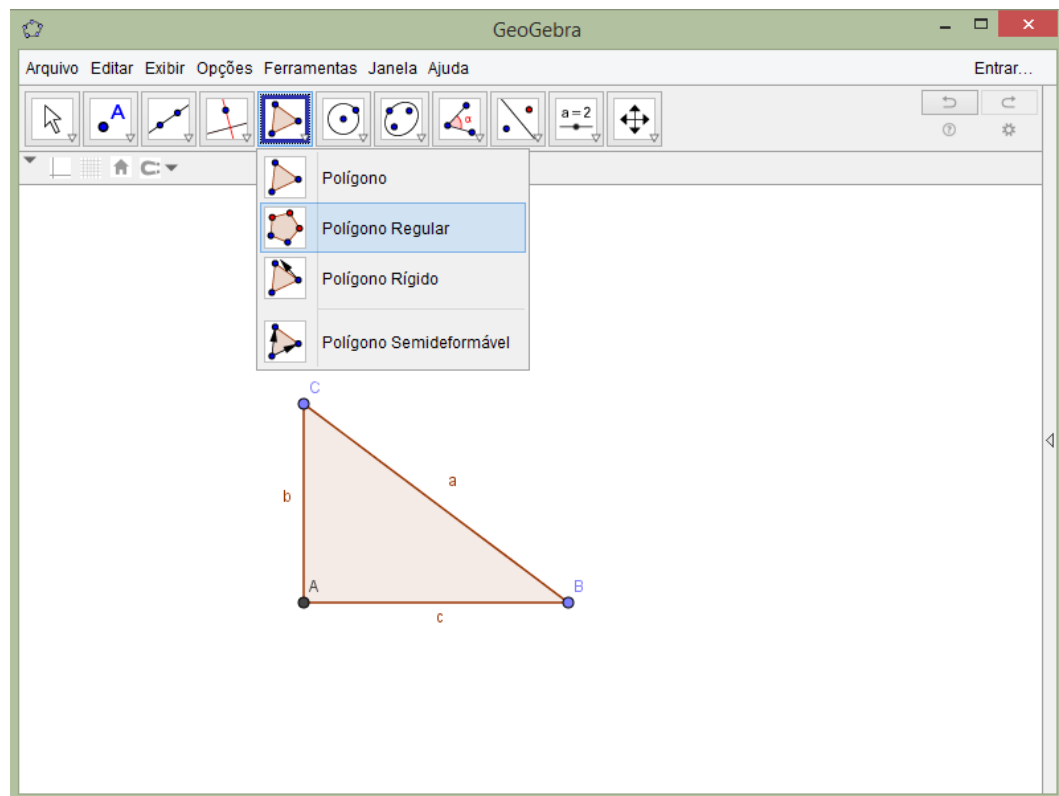


Figura 36: Opção para a construção de polígonos regulares

- ✓ Selecionar dois vértices e o número de lados do polígono regular a ser desenhado:

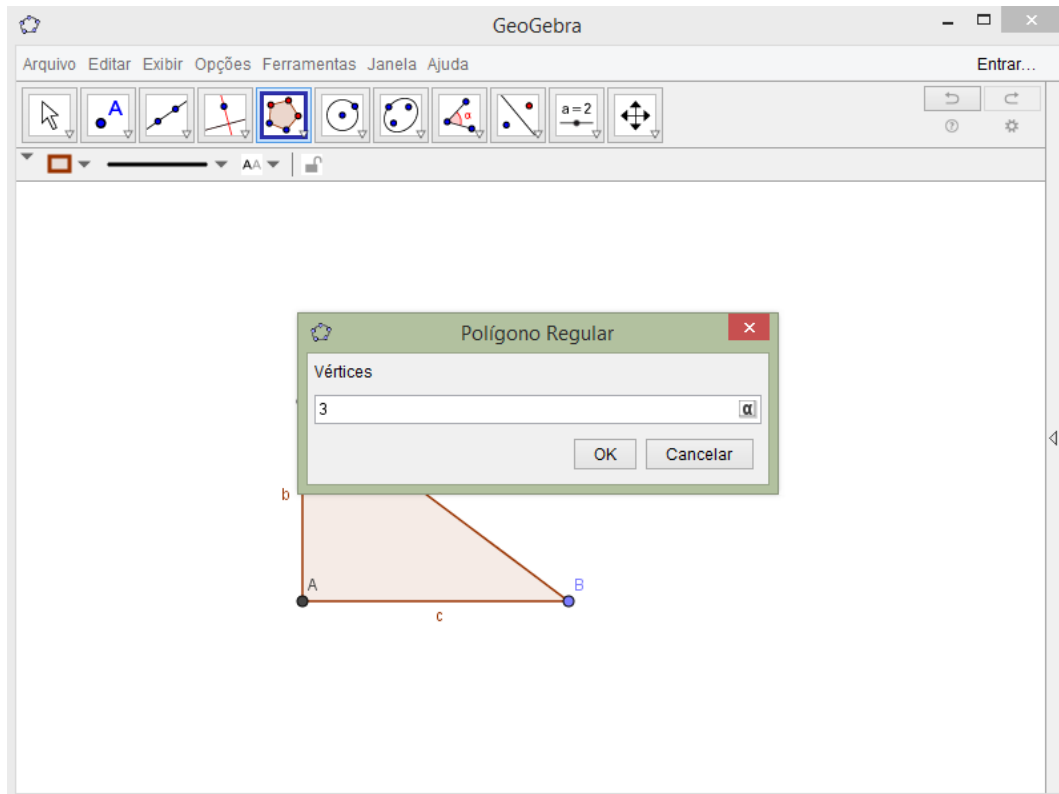


Figura 47: Como construir um polígono regular

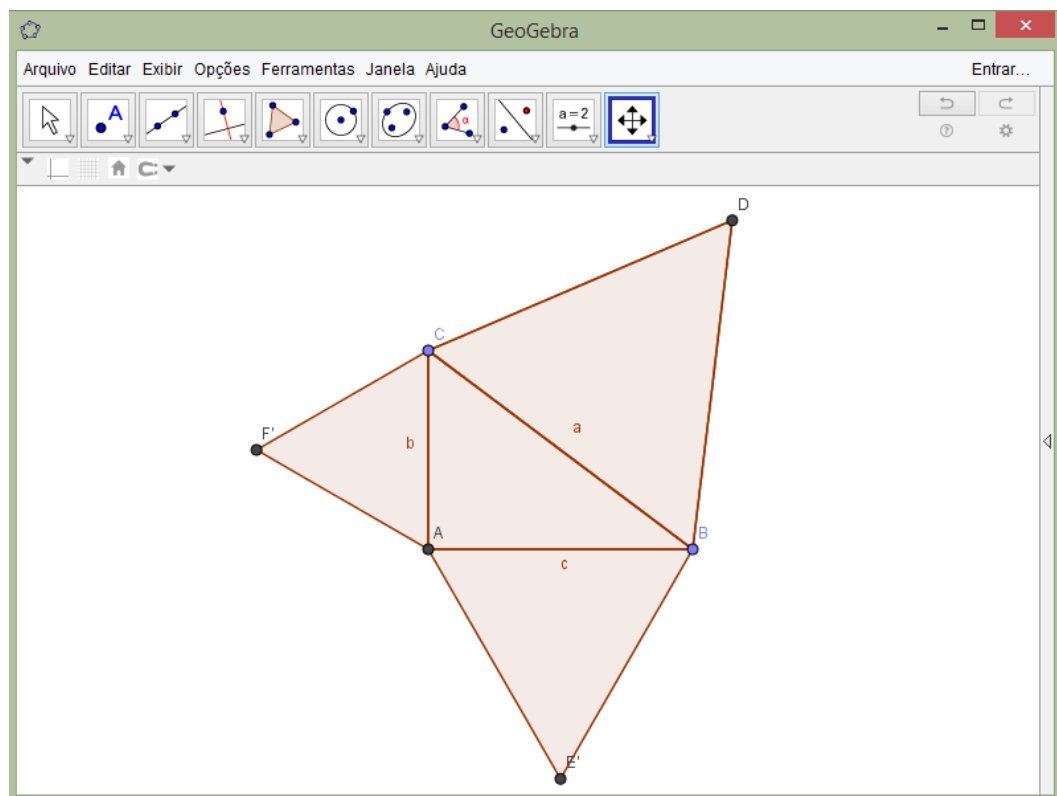


Figura 58: Triângulo retângulo com triângulos regulares sobre seus lados

- ✓ Caso uma figura fique por cima da outra prosseguir da seguinte maneira:

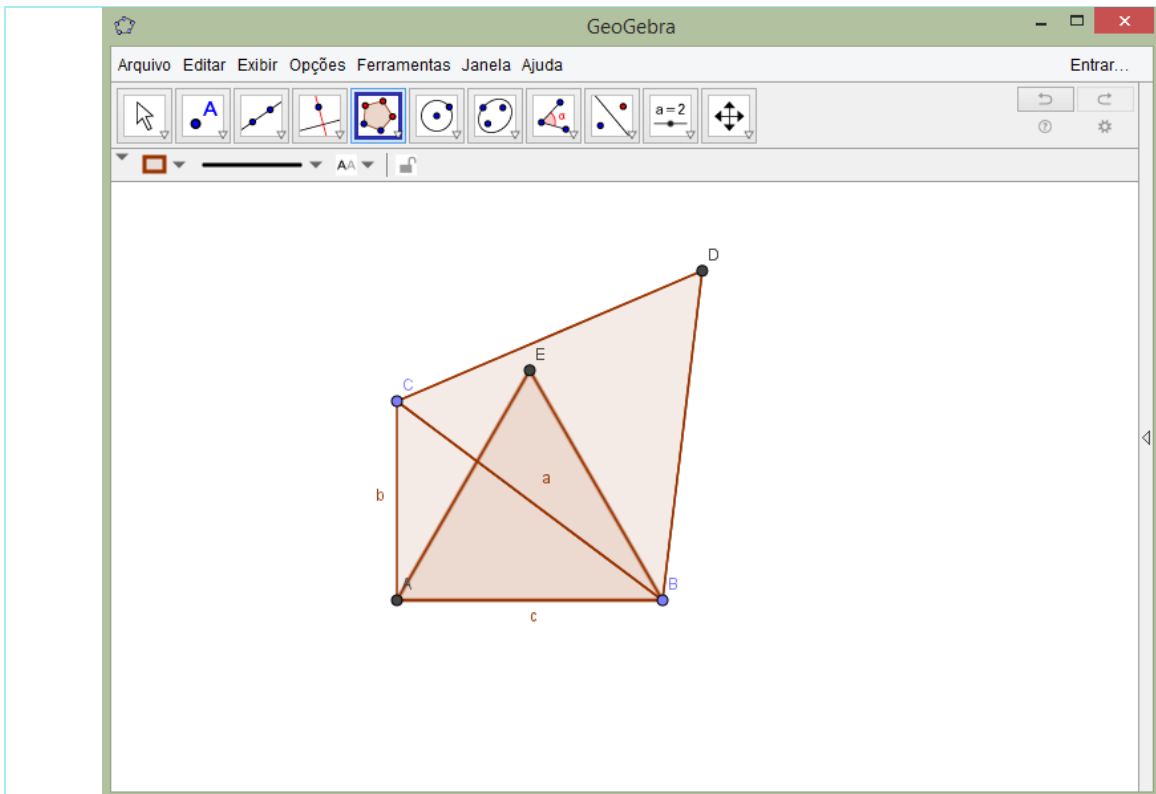


Figura 69: Triângulo regular sobre o triângulo retângulo

- Selecionar a ferramenta “Reflexão em relação a uma reta”, clicar no vértice E e no lado \overline{AB} . Assim, o ponto E será representado por E’:

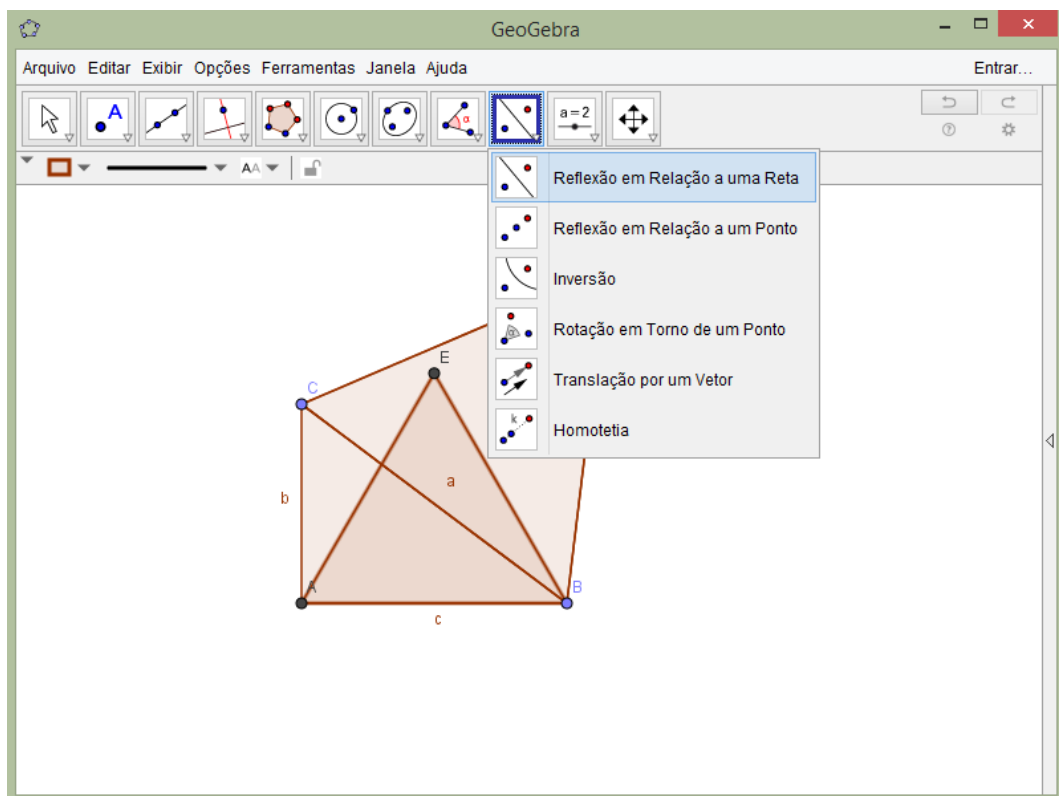


Figura 20: Opção de reflexão de um ponto em relação a uma reta no GeoGebra

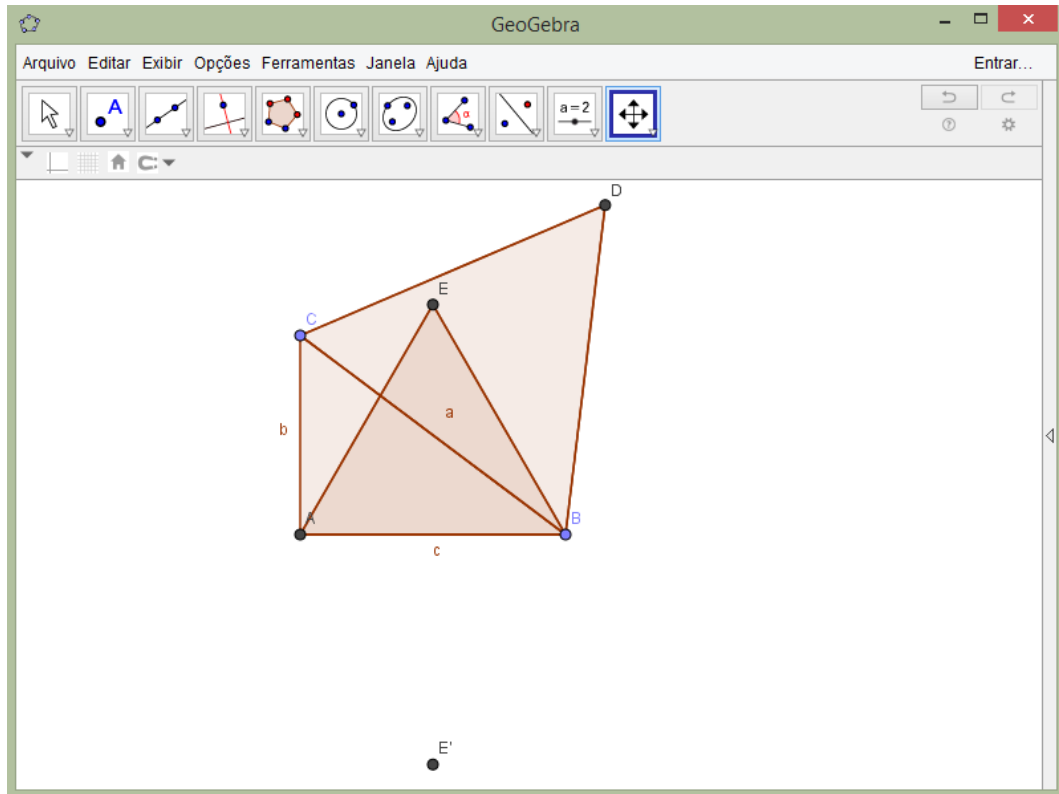


Figura 21: Ponto refletido sobre uma reta

- Selecionar a ferramenta polígono e clicar nos vértices A, B e E':

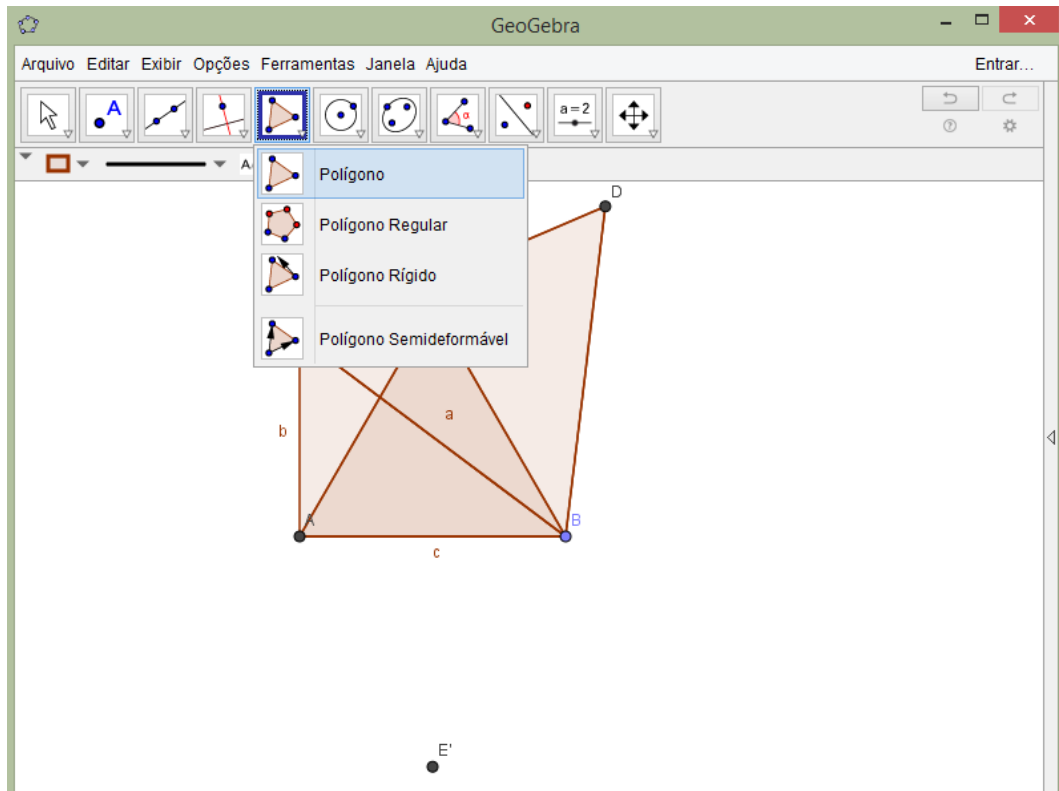


Figura 72: Opção polígono no GeoGebra

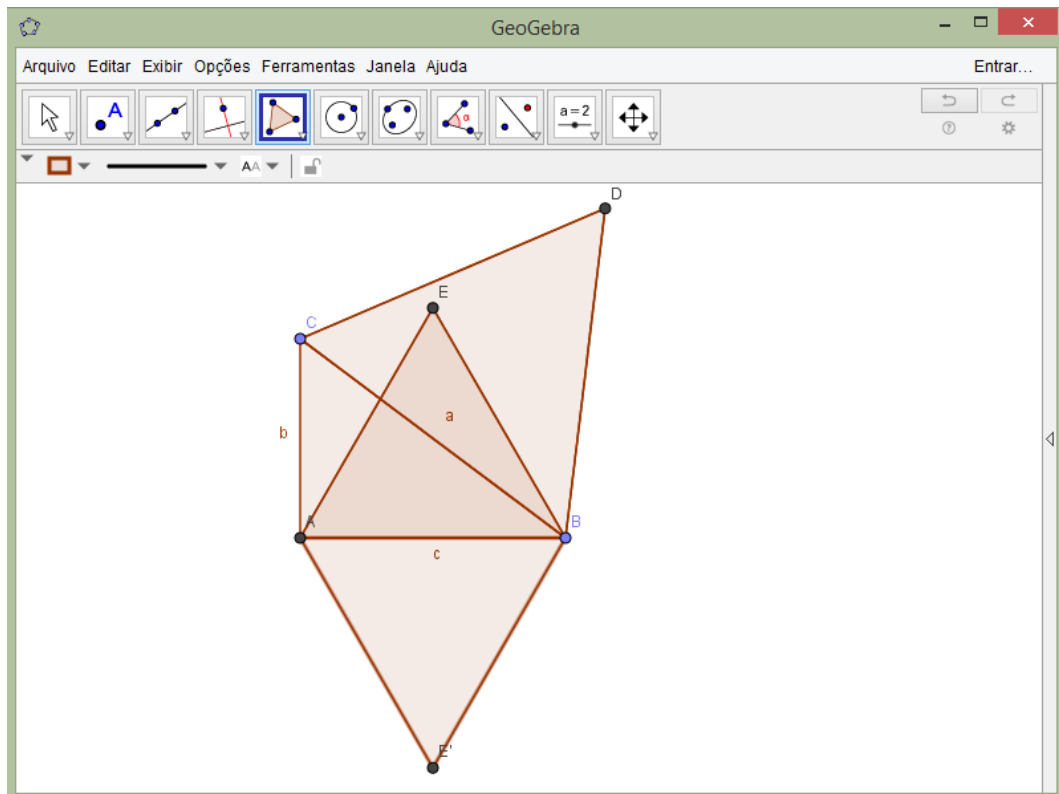


Figura 83: Triângulo equilátero desenhado sobre o ponto refletido

- Com o botão direito do mouse, clicar sobre o triângulo ABE e sobre a opção “Exibir objeto”. Fazer o mesmo para o ponto E:

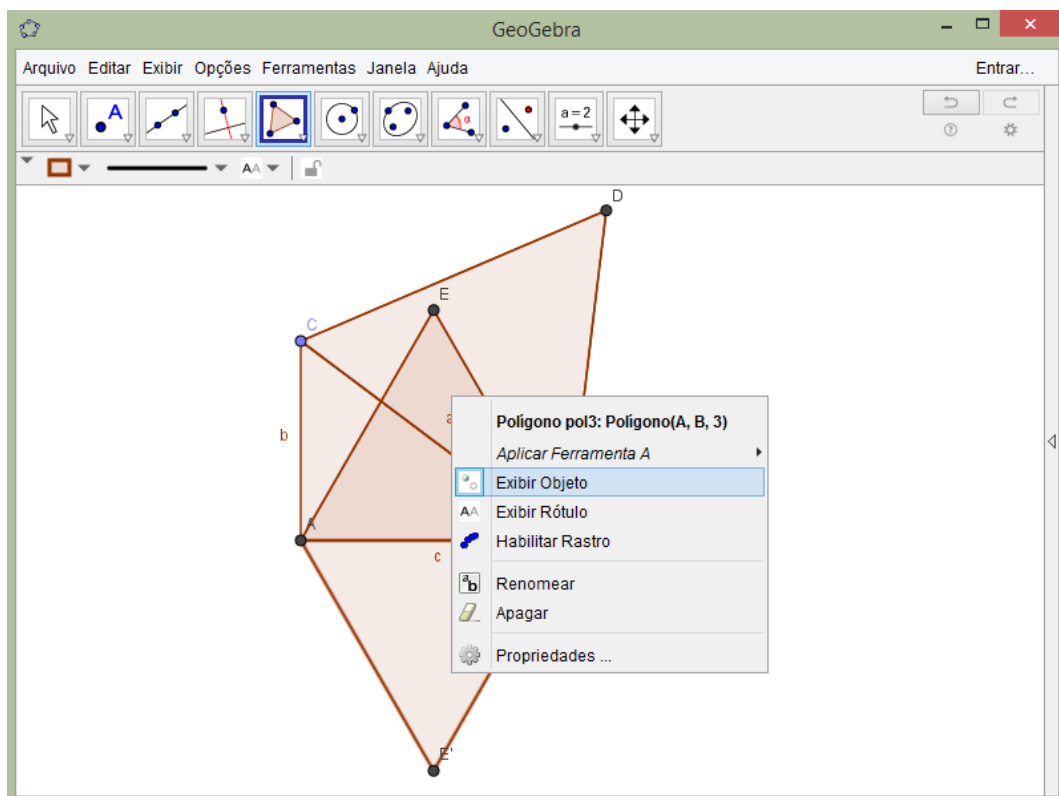


Figura 94: Como excluir objetos desenhados no GeoGebra

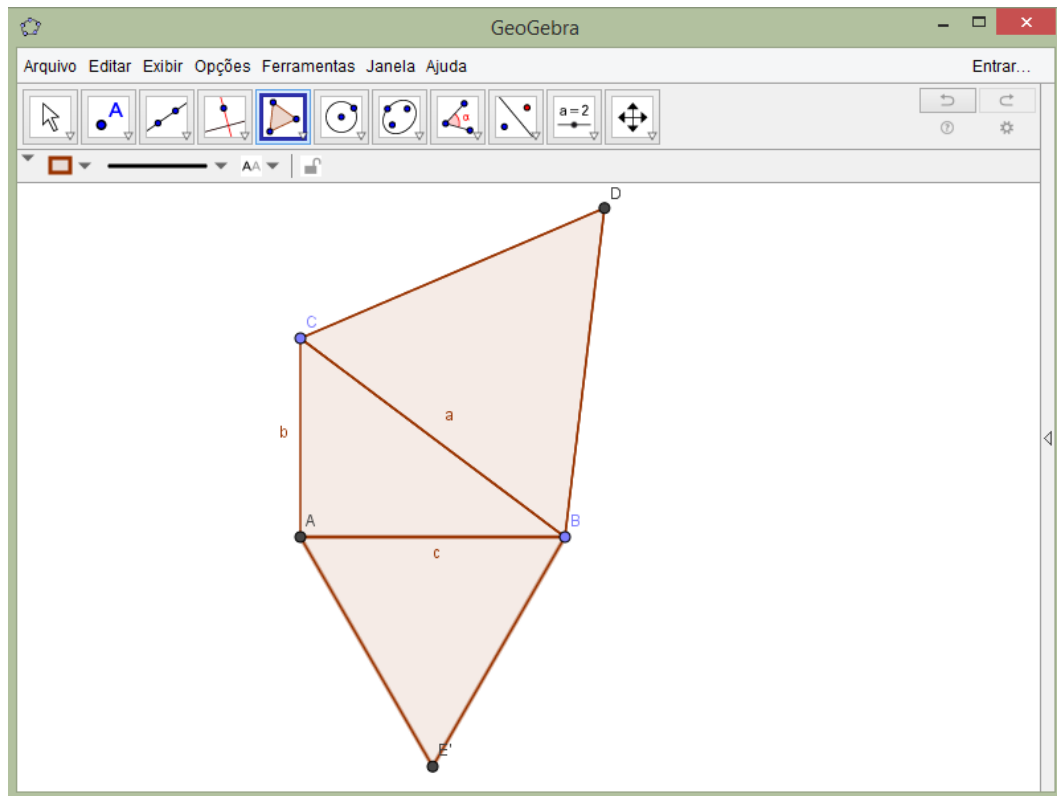


Figura 105: Figura obtida após excluir os objetos não necessários

3º passo: clicar na ferramenta “Área” e em seguida clicar em cada triângulo equilátero desenhado sobre os lados do triângulo retângulo.

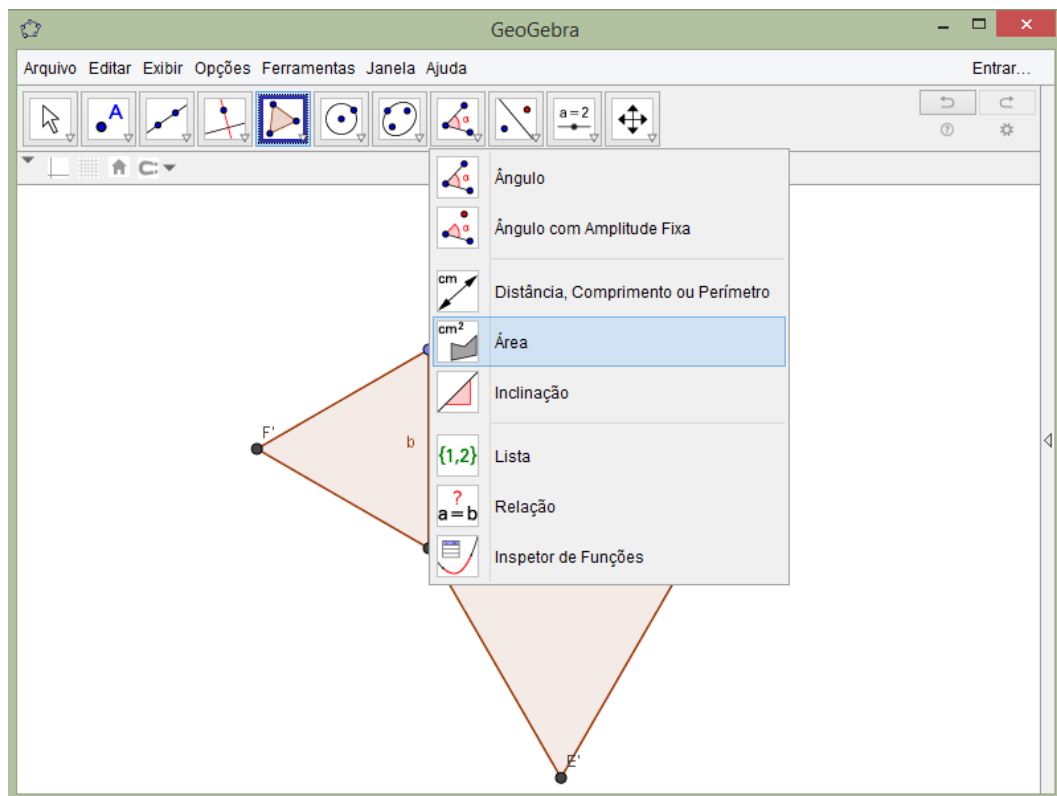


Figura 116: Como obter a área de um polígono desenhado no GeoGebra

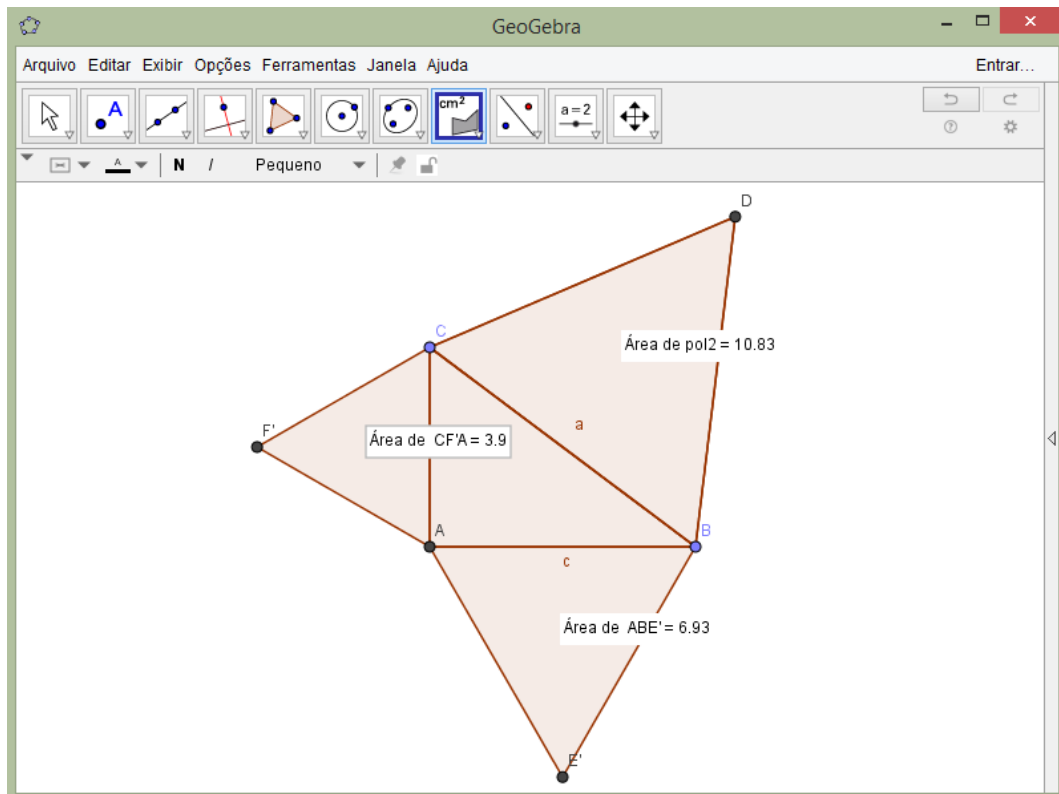
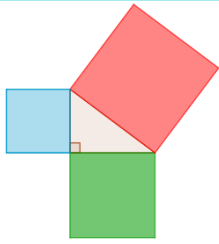


Figura 127: Áreas dos triângulos equiláteros desenhados sobre os lados do triângulo retângulo

QUESTÕES

- 1) Observe a medida da área do triângulo equilátero desenhado sobre a hipotenusa e a soma das medidas das áreas dos triângulos desenhados sobre os catetos do triângulo retângulo. O que você pode concluir?
- 2) a- Repetir a atividade desenhando sobre os lados do triângulo retângulo outros polígonos regulares.
b- Observe as medidas das áreas das figuras desenhadas sobre a hipotenusa e a soma das medidas das áreas das figuras desenhadas sobre os catetos do triângulo retângulo. Escreva uma conclusão para esta atividade.

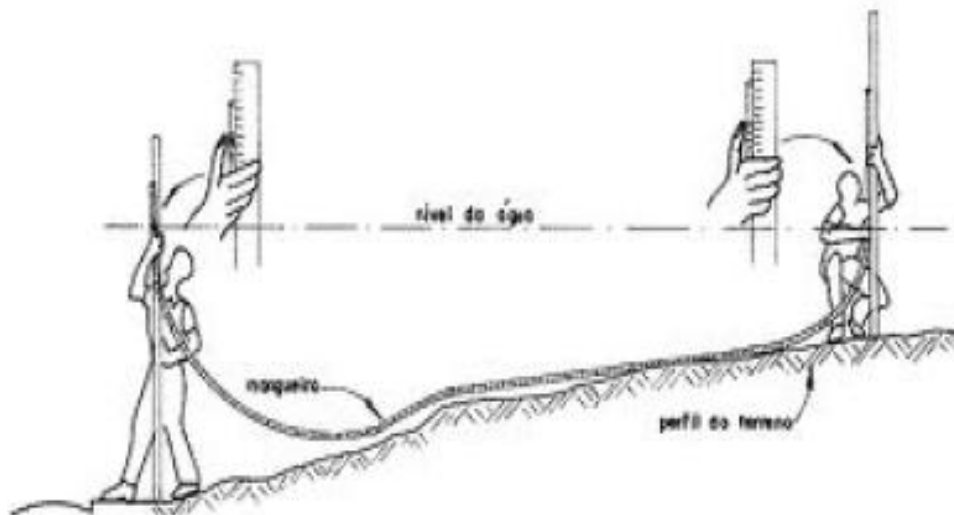
4.7. ATIVIDADE 7



Atividade 7

Aplicação do teorema de Pitágoras na construção civil

No momento da compra de um lote, nem sempre o comprador encontra um terreno plano e, dependendo da construção que deseja fazer, há a necessidade de nivelar o mesmo. Para nivelar o terreno, é necessário verificar o desnível dele para, assim, aterrar ou desaterrar. Geralmente os pedreiros utilizam uma técnica com mangueiras de nível da seguinte forma: primeiramente coloca-se uma estaca a mais ou menos 30 cm do nível da rua. Uma pessoa segura uma mangueira com água na estaca e outra pessoa segura a outra ponta no final do terreno, ou até o local que será ocupado pela construção. Espera-se até que a água pare exatamente no ponto que corresponde a 30 cm e a outra pessoa observa também em que ponto a água ficou, para então marcar. A figura seguinte ilustra essa situação.

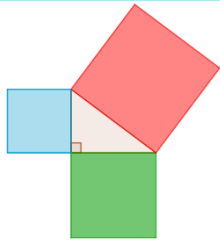


Fonte: BORTOLI e MARCHI, 2013, p. 280

Analisando a figura, podemos perceber que um triângulo retângulo é formado, quando consideramos o comprimento do terreno, a distância entre o ponto mais alto e o ponto mais baixo e o desnível do terreno. Assim, podemos dizer que há uma fundamentação teórica e matemática por trás da prática executada pelos pedreiros, o Teorema de Pitágoras.

De acordo com as informações citadas acima e sabendo que o comprimento de um terreno é 25 m e a distância entre o ponto mais alto e o ponto mais baixo é 32,8 m, calcule o desnível desse terreno.

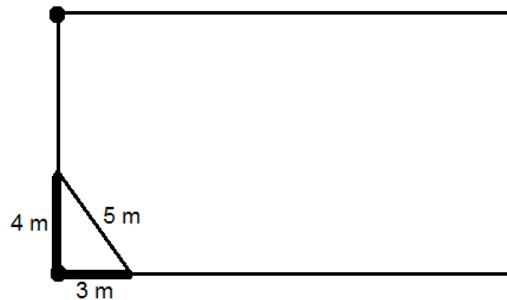
4.8. ATIVIDADE 8



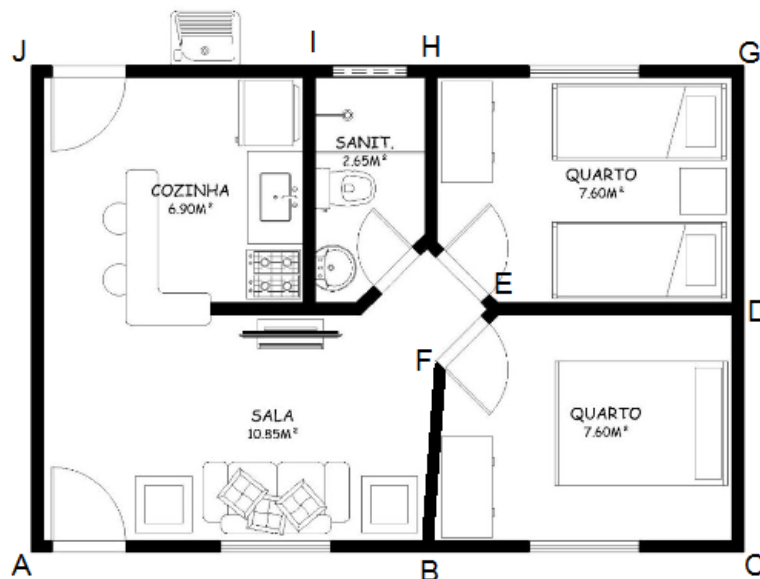
Atividade 8

Aplicação do teorema de Pitágoras na construção civil

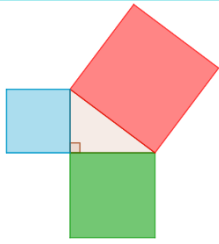
Na construção civil, podemos ainda perceber o uso do Teorema de Pitágoras na determinação de ângulos retos entre paredes, ou, na linguagem usual, colocar a casa no esquadro. O método usado pelos pedreiros é semelhante ao que os egípcios utilizavam a milhares de anos. Os egípcios usavam um triângulo com medidas 3, 4 e 5, pois já sabiam que essas medidas representavam um triângulo retângulo (OLIVEIRA, 2013, p. 61). Então, para que as paredes fiquem todas com ângulos de 90° , os pedreiros fazem da seguinte maneira: primeiramente deverá fincar estacas de madeira nos cantos e amarrar uma linha entre elas. Em uma das linhas marcar exatamente 3 metros e, na outra, exatamente 4 metros. Medir a distância entre as duas marcações e esta deverá ser exatamente 5 metros. Caso a medida não seja essa, as paredes não estão perpendiculares e, então, o pedreiro deverá mudar uma das estacas de lugar até alcançar essa medida. Observe a figura seguinte que representa esta situação:



Observe a figura seguinte e verifique se as paredes que envolvem a sala, a cozinha e o sanitário, ou seja, entre os pontos A, B, H e J ficaram no esquadro utilizando o método descrito acima.



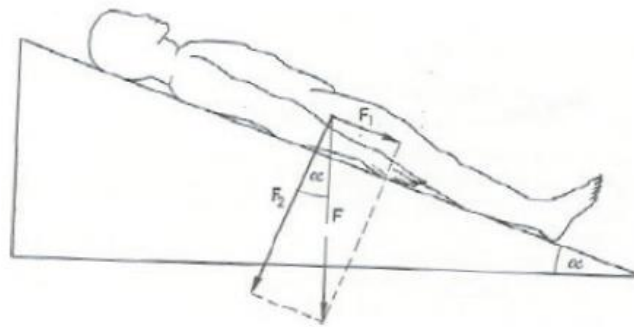
4.9. ATIVIDADE 9



Atividade 9

Aplicação do teorema de Pitágoras na física

Na física, as grandezas vetoriais são aquelas que necessitam de um módulo, uma direção e um sentido para que fiquem bem definidas. Um exemplo de grandeza vetorial é a grandeza força. A força é uma ação física que altera o estado de repouso ou de movimento de um corpo, através de “puxões” ou “empurrões”. De maneira geral, quando duas ou mais forças estiverem atuando em uma partícula, elas podem ser substituídas por uma força resultante, obtida pela soma vetorial das forças. (MÁXIMO e ALVARENGA, 2006, p. 114). O módulo da força resultante de duas forças perpendiculares pode ser obtido pelo Teorema de Pitágoras. Considere um corpo inclinado sobre uma superfície inclinada, conforme a figura seguinte.

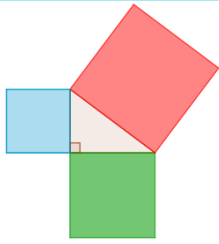


Fonte: BATSCHELET, *apud* RIBEIRO, 2013, p.50

Nesse corpo, F é a força peso e F_1 e F_2 são as componentes da força peso. A componente F_1 tende a deslocar o corpo paralelamente ao plano e a componente F_2 faz com que o corpo exerça sobre o plano uma compressão normal.

Supondo que a força peso, F , seja igual a 10N e que a componente F_1 , seja igual a 5N, determine a força de compressão exercida pelo corpo sobre o plano.

4.10. ATIVIDADE 10



Atividade 10

Aplicação do teorema de Pitágoras no cálculo do raio da terra

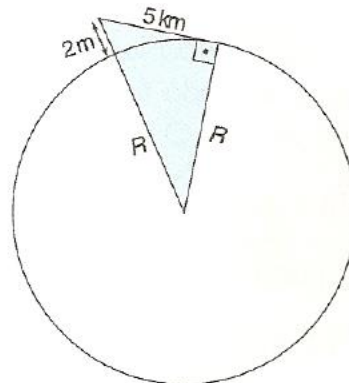
“Há mais de 2000 anos matemáticos e astrônomos procuravam desenvolver métodos para calcular as dimensões da terra dentre estas o seu raio. Muitos métodos foram desenvolvidos, mas poucos deles conseguiram destaque por conta de imprecisões. O método que ganhou maior destaque foi um que utilizava o Teorema de Pitágoras”. (ARAÚJO, 2011, p. 10)

Suponha que você esteja em uma praia, a 2 metros de altura, e avista a linha do horizonte a uma distância de 5 km. – a linha do horizonte é o ponto onde o céu e o mar parecem encontrar – O desenho seguinte ilustra a situação:



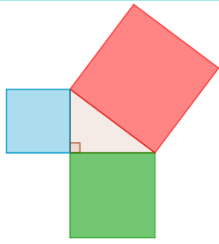
Fonte: ARAÚJO, 2011, p. 10

Dessa forma, podemos obter um triângulo retângulo, como na figura seguinte. Observando a figura, calcule o raio da terra.



Fonte: ARAÚJO, 2011, p. 11

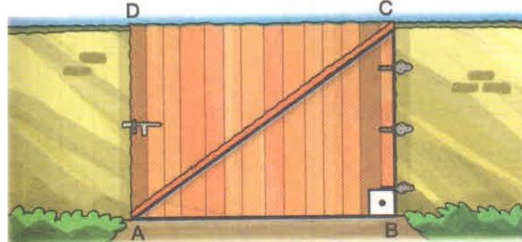
4.11. ATIVIDADE 11



Atividade 11

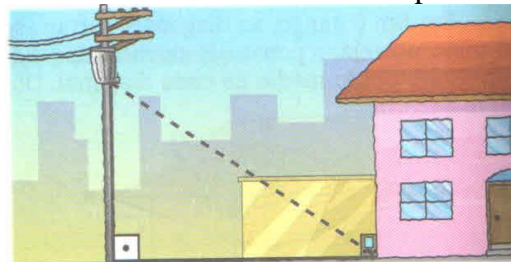
Situações-problema que envolvem o teorema de Pitágoras

1) O portão de entrada de uma casa tem 4 m de comprimento e 3 m de altura. Qual a medida da trave de madeira que se estende do ponto A ao ponto C, conforme a indicação da figura?



(JÚNIOR E CASTRUCCI, 2009, p. 253)

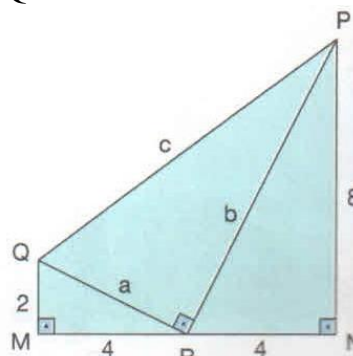
2) Quantos metros de fio são necessários para ligar os fios de um poste de 6 m de altura até a caixa de luz que está ao lado da casa e a 8 m da base do poste?



(JÚNIOR E CASTRUCCI, 2009, p. 254)

3) Considerando a figura, determine:

- a medida a.
- a medida b.
- a medida c.
- o perímetro do trapézio MNPQ.



(JÚNIOR E CASTRUCCI, 2009, p. 251)

4) Um bambu é quebrado pelo vento a 4,8 m de altura. Ele tomba de modo que sua ponta toca o chão a 3,6 m de sua base. Em seu caderno, determine a altura do bambu.



(BIANCHINI, 2011, p. 145)

5) Uma torre é sustentada por três cabos de aço de mesma medida, conforme a figura abaixo. Calcule a altura aproximada da torre, sabendo que a medida de cada cabo é de 30 m e os ganchos que prendem os cabos estão a 15 m do centro da base da torre (T).



(DANTE, 2016, p. 183)

6) Um terreno triangular tem frentes de 12 m e 16 m em duas ruas que formam um ângulo de 90° . Quanto mede o terceiro lado desse terreno? ((JÚNIOR E CASTRUCCI, 2009, p. 253)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que Através da resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. et al (Orgs.) **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. 1. ed. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ARAÚJO, Fabio. **Teorema de Pitágoras**: mais que uma relação entre áreas. In: ENCONTRO DA RPM, 5., 2011. BAHIA.. Bahia: UFBA, 2011.

BASTIAN, Irma Verri. **O Teorema de Pitágoras**. 2000. 299f. Dissertação (Mestrado)-Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

BIANCHINI, Edwaldo. **Matemática**. 7. ed. São Paulo: Moderna, 2011. 9 ano.

BORTOLI, Gladis; MARCHI, Mirian Ines. O “mundo da construção civil”: uma abordagem da trigonometria com perspectiva na etnomatemática. **Acta Scientiae**. Canoas, v. 15, n. 2, p. 271-288, 2013.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C..**História da Matemática**. Tradução de Helena Castro. 3.ed. São Paulo: Blucher, 2012.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em 11 out. 2017.

CAVALCANTI, Lialda B.; ROCH, Cristiane de Arimatéa. Demonstrações e Generalizações do Teorema de Pitágoras. **Praxis & Saber**. Tunja, Boyacá, Colombia, v. 2, n. 3, p. 103-118, 2011.

COSTA, José Noel da. **Um material interativo para o ensino do Teorema de Pitágoras**. 2013. 34f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Pós-Graduação do Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2016. 9 ano.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2004.

JÚNIOR, José Ruy Giovanni; CASTRUCCI, Benedicto. **A conquista da matemática**. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009. 9 ano.

KILPATRICK, Jeremy. Reformulando: Abordando a Resolução de Problemas Matemáticos como Investigação. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio. (Orgs.) **Perspectivas para Resolução de Problemas**. 1. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

LIBÂNIO, José Carlos. **Didática**. São Paulo: Cortez, 1994. (Coleção magistério 2º grau. Série formação do professor). 264p.

LORENZATO, Sergio. **Para aprender matemática**. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2010. (Coleção Formação de professores). 140p.

MÁXIMO, Antônio; ALVARENGA, Beatriz. **Física**. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2005. v. 1.

OLIVEIRA, Alfredo Luiz Chaves de. **O Teorema de Pitágoras: demonstrações e aplicações**. 2013. 78f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2013.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 3. ed. rev. ampl. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

RIBAS, Gláucia Regina; MATHIAS, Carmen Vieira. Alternativas para a abordagem do Teorema de Pitágoras em sala de aula. **Disciplinarum Scientia**. Série: Ciências Naturais e Tecnológicas, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 179-192, 2012.

RIBEIRO, Vanessa Vânia Silva Marinho. **Revisitando o Teorema de Pitágoras**. 2013. 110f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013.

SANTOS, Marconi Coelho dos. **Teorema de Pitágoras: suas diversas demonstrações**. 2011. 41f. Monografia (Especialização) – Curso de Especialização em Educação Matemática para Professores do Ensino Médio, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

SCHNEIDER, Marizoli Regueira. **Produção Escrita:** Caminho para aprendizagens significativas a partir da construção e reconstrução do conhecimento matemático. 2006. 241f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006.

SETTE, Pollyanna Fiorizio. **A aula de matemática no projeto UCA:** o Geogebra e o Teorema de Pitágoras. 2013. 214f. Dissertação (Mestrado) – Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2013.